SEZAMKO 2010/2011, Vzorové riešenia 2. série zimnej časti

Milí riešitelia,
ani sme sa nenazdali a po 2 sériách a 10 úlohách je tu koniec zimnej časti našej súťaže. Šiesti pátrači sú veľmi radi tomu, ako ste im svojimi riešeniami pomohli. Či sa problémy, na ktoré pri vyšetrovaní narazili, nedali riešiť aj inak alebo lepšie sa dozviete, ak si prečítate tieto vzorové riešenia.
S tými, ktorí dostanú pozvánku a budú môcť pricestovať, sa ešte za pár dní uvidíme na stretnutí riešiteľov SEZAMKA v Žiline. Možno tam naživo stretnete aj našich pátračov!
Ak by Vám to aj teraz nevyšlo, začiatkom budúceho roka Vám všetkým pošleme dopis s novými úlohami letnej časti súťaže SEZAMKO. Tá sa končí trojdňovým sústredením, na ktoré sa určite oplatí ísť.
Na skoré stretnutie s Vami sa tešia šiesti pátrači a organizátori.

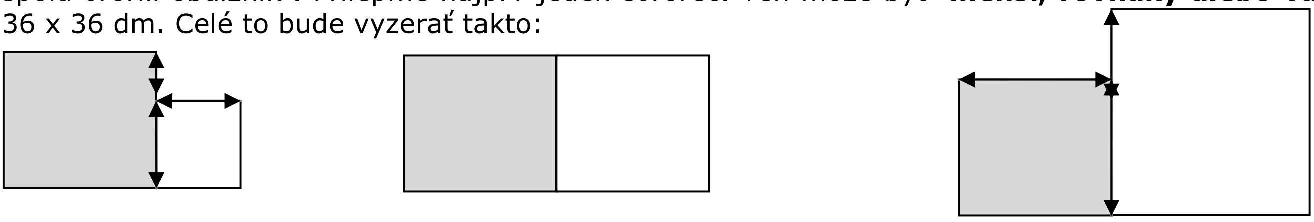
Úloha 1 (opravovali Baška Klembarová a Baška Marečáková)
Na to, aby sme zistili koľko krát má debnička preplávať cez potok, musíme najskôr zistiť, koľko jabĺk treba preniesť od Danke k Oli. Vieme, že v Dankinom košíku je 240 jabĺčok a v Olinom 40 jabĺčok. **V košíkoch je** teda **spolu** 240 + 40 = **280 jabĺk**. **Po prenesení** jabĺk **musí mať každé dievča** v košíku presne polovicu z celkového počtu jabĺk, teda 280 : 2 = **140 jabĺk**. Aby **Oľa**, ktorá má zatiaľ v košíku 40 jabĺk, mala 140 jabĺk, **musíme** k nej **od Danky prepraviť** 140 - 40 = **100 jabĺk**. **Danke ostane** v košíku 240 – 100 = **140 jabĺk**, takže obe dievčatá budú mať v košíku rovnaký počet jabĺčok.
Poďme teraz zistiť, koľko krát musí ísť debnička od Danky k Oli, aby sme zvládli prepraviť 100 jabĺk. Vieme, že do debničky zmestíme najviac 8 jabĺk. **Úplne naplnenú debničku môžeme od Danky k Oli poslať 100 : 8 = 12 krát, pričom nám u Danky zvýšia ešte štyri jabĺčka.** Debničku teda pošleme od Danky k Oli 12 krát , ale **vždy ju** potom **musíme** od Oli **poslať naspäť** k Danke, takže dostaneme 24 preplávaní. Po nich máme debničku u Danky, a potrebujeme ešte prepraviť 4 jablká (zatiaľ sme prepravili 12 x 8 = 96 jabĺk, do 100 nám teda chýbajú 4). Na tom nám už stačí iba jedno preplávanie debničky so 4 jablkami od Danky k Oli. **Dostaneme teda 25 preplávaní**. Niektorým z vás prišlo poctivé, aby sa debnička vrátila späť na Dankin breh, preto bolo správne riešenie aj 26 preplávaní.

Úloha 2 (opravovala Ika Bachratá)
Pozrime sa na to ako fungujú hodinové ručičky. Zatiaľ čo malá ručička prejde od jedného čísla na ciferníku k druhému (napríklad od 8 k 9), veľká ručička obehne celý kruh. O ôsmej zvierajú veľká a malá ručička veľký uhol. Neskôr veľká ručička malú ručičku dobehne, na chvíľu sa prekryjú a potom ju zase predbehne. Popritom, ako veľká ručička dobieha malú, sa tupý uhol medzi nimi zmení na ostrý. **V momente tejto zmeny musia ručičky zvierať pravý uhol.**
Potom, približne o 8:44, sa nám veľká a malá ručička prekryjú. Pokým sa prekryjú znovu, bude medzi nimi najskôr ostrý uhol, potom dlho tupý uhol a nakoniec, keď už bude veľká ručička tesne za malou tak bude znova ostrý. Pokiaľ sa teda ručičky pohybujú plynulo, tak sa nám dvakrát zmení uhol z ostrého na tupý, alebo naopak. Pri každej takejto zmene ručičky zvierajú pravý uhol. **Medzi dvoma prekrytiami ručičiek teda budú dva pravé uhly.**
Počas Peťovho vyučovania sa ručičky hodiniek prekryjú štyri krát, kúsok pred 8:44, potom chvíľočku pred 9:49, ďalej par sekúnd po 10:54 a nakoniec presne o 12:00. Medzi každými dvoma prekrytiami boli ručičky na seba kolmé dvakrát a ešte raz medzi 8:00 a 8:44. Teda **dokopy na ciferníku uvidíme pravý uhol (3 x 2) +1=7 krát.**
Ďakujem **Eme Konrádovej**, za pekné a rozumné riešenie, ktoré mi veľmi pomohlo pri písaní tohto vzorového riešenia.

Úloha 3 (opravovala Lenka Trojaková)
V tejto úlohe sme sa trápili s výškou Snehulienky a výškami siedmych trpaslíkov. Vieme, že priemerná výška týchto ôsmich postavičiek je 56 cm. Najnižší trpaslík má 10 cm a **každý trpaslík má inú výšku ako jeho kamaráti**. Našou úlohou bolo zistiť, aká najvyššia môže byť Snehulienka.
Poďme sa teda pustiť do riešenia! Ako vyrátame priemernú výšku ôsmych postavičiek? Sčítame všetky výšky a vydelíme ich súčet ôsmimi. **Súčet výšok musí byť** teda **osemkrát taký, ako priemerná výška**. V našom prípade je to 56 x 8 = 448 cm. Aby sme zistili, aká najvyššia môže byť Snehulienka, **potrebujeme zistiť, koľko najmenej centimetrov môžu mať všetci trpaslíci dokopy**.
Čím menej centimetrov „minieme“ na trpaslíkov, tým viac z tých 488 cm ostane na Snehulienku. Najmenší trpaslík má 10 cm. Výška každého ďalšieho musí byť iné číslo udávajúce celé centimetre. Keďže ich chceme čo najmenších, tak druhý najnižší trpaslík bude merať 11 cm, tretí 12 cm a tak ďalej, až siedmy najnižší (teda najvyšší) trpaslík bude merať 16 cm. Všetci **trpaslíci spolu** teraz **merajú najmenej** ako sa dá a to 10 + 11 + 12 + 13 + 14 + 15 + 16 = **91 cm**.
Na Snehulienku nám ostalo 448 – 91 = 357 cm. Snehulienka môže teda merať najviac **357** centimetrov. (Áno, celkom dosť :-) ale len v prípade, že trpaslíci boli naozaj takí maličkí.)

Úloha 4 (opravovala Kika Kovalčíková)

Predstavme si štvorec s rozmermi 36 x 36 dm. Chceme vedľa neho prilepiť dva ďalšie štvorce tak, aby spolu tvorili obdĺžnik . Prilepme najprv jeden štvorec. Ten môže byť **menší, rovnaký alebo väčší** ako 36 x 36 dm. Celé to bude vyzerať takto:



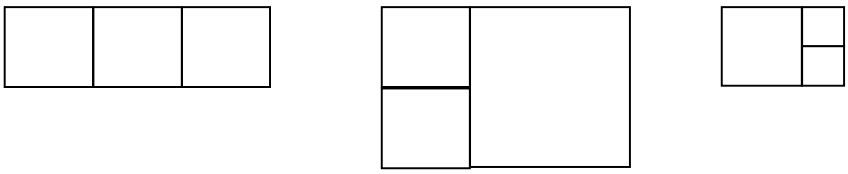
Teraz treba prilepiť posledný štvorec, ale tak, aby vznikol obdĺžnik.

Pri prvom obrázku je len jedno miesto, kam prilepiť štvorec**.** Je to **vpravo hore**. Ale to sa dá, len ak je tam **voľné štvorcové miesto**. To je vtedy, ak je strana menšieho štvorca polovica zo strany väčšieho. Takto vznikne doska s rozmermi 36 x 54 dm.

Pri strednom obrázku sú dve možnosti, ako prilepiť posledný štvorec. Buď je jeho strana veľká 36 dm a **prilepíme ho zboku**. Vtedy vznikne doska s rozmermi 36 x 108 dm. Alebo je jeho strana veľká 72 dm (36 dm +36 dm) a **prilepíme ho zhora** alebo zdola. Takto vznikne doska s rozmermi 108 x 72 dm.

V poslednom obrázku je podobne ako v prvom iba **jedna možnosť**, ako prilepiť štvorec. Ale väčšia doska musí mať stranu veľkú 2.36=72dm. Ak do vzniknutej diery vľavo hore pridáme štvorec, **vznikne doska s rozmermi 72x108dm**. Ale **takú dosku už máme z druhého obrázku**.

Takže dokopy sú tri možnosti, ako mohla vyzerať pôvodná doska. Jej rozmery mohli byť 36x108dm, 108 x72 dm alebo 36x54dm.



Úloha 5 (opravoval Mojo Majdiš)

K riešeniu sme mohli dospieť dvoma rôznymi správnymi postupmi:

1.spôsob: o každom baníkovi zistíme, v ktorých dverách otočil kľúčom. Prvý baník zamkne každé dvere. Druhý baník odomkne dvere číslo 2, 4, 6, 8 a 10. Tretí baník otočí kľúčom v dverách číslo 3, 6 a 9. Štvrtý baník zvrtne kľúčom v dverách číslo 4 a 8, piaty baník v dverách číslo 5 a 10. Šiesty baník sa bude venovať len šiestym dverám, siedmy baník len siedmym dverám, ôsmy baník ôsmym dverám, deviaty baník deviatym dverám a desiaty baník iba desiatym dverám.

2.spôsob: o každých dverách si zistíme, ktorí baníci v nich otočia kľúčom. V prvých dverách otočí kľúčom len prvý baník, v druhých dverách prvý a druhý baník, v tretích dverách prvý a tretí baník, vo štvrtých dverách prvý, druhý a štvrtý baník, v piatych dverách prvý a piaty baník, v šiestych dverách prvý, druhý, tretí a šiesty baník, v siedmych dverách prvý a siedmy baník, v ôsmych dverách prvý, druhý, štvrtý a ôsmy baník, v deviatych dverách prvý, tretí a deviaty baník a nakoniec v desiatych dverách zvrtne kľúčom prvý, druhý, piaty a desiaty baník.

Oba tieto postupy si môžeme takto zapísať do tabuľky:

Číslo dverý	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1. baník	**Z**	**Z**	**Z**	**Z**	**Z**	**Z**	**Z**	**Z**	**Z**	**Z**
2. baník	x	**O**	x	**O**	x	**O**	x	**O**	x	**O**
3. baník	x	x	**O**	x	x	**Z**	x	x	**O**	x
4. baník	x	x	x	**Z**	x	x	x	**Z**	x	x
5. baník	x	x	x	x	**O**	x	x	x	x	**Z**
6. baník	x	x	x	x	x	**O**	x	x	x	x
7. baník	x	x	x	x	x	x	**O**	x	x	x
8. baník	x	x	x	x	x	x	x	**O**	x	x
9. baník	x	x	x	x	x	x	x	x	**Z**	x
10. baník	x	x	x	x	x	x	x	x	x	**O**
Výsledok	**Z**	**O**	**O**	**Z**	**O**	**O**	**O**	**O**	**Z**	**O**

Vysvetlivky k tabuľke:
Z-baník dvere zamkol
O-baník dvere odomkol
x-baník s dverami neurobil nič

Napríklad keď je v treťom riadku v šiestom stĺpci písmeno Z, znamená to: tretí baník zamkne šieste dvere.

Z tabuľky už ľahko vidíme, že **nakoniec nám ostanú otvorené dvere číslo 2, 3, 5, 6, 7, 8 a 10**. Keďže otvorených ostalo sedem dverí a pátračov je len šesť, tak každý z nich sa mohol ukryť do iných dverí, a teda baníci dali pátračom férovú ponuku.