

## SEZAMKO 2008/2009, Vzorové riešenia 2. série zimnej časti

Milí riešitelia,

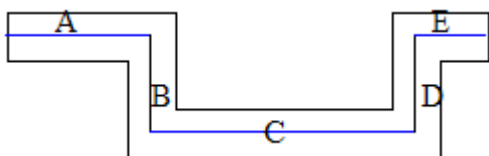
ani sme sa nenazdali a po 10 úlohách a 2 sériách sa skončila zimná časť našej súťaže. Kapitán Dlhofúz a posádka jeho lode Nehallénia sa veľmi tešia z toho, ako ste im svojimi riešeniami pomohli. Či sa problémy, ktoré ich pri plavbe sprevádzali, nedali riešiť aj inak alebo lepšie sa dozviete, ak si pozorne prečítate tieto vzorové riešenia.

S tými, ktorí dostanú pozvánku a budú môcť pricestovať, sa ešte za pár dní uvidíme na stretnutí najlepších riešiteľov v Žiline. Určite tam naživo stretnete kapitána Dlhofúza (a možno aj anakondu Julinku či hrocha Júliusa). Ak by ste ich aj teraz nestretli, začiatkom budúceho roka vám pošlú dopis s novými úlohami letnej časti súťaže SEZAMKO.

Na skoré stretnutie s vami sa tešia námorníci a organizátori.

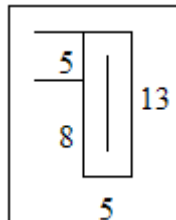
### Úloha 1 (opravovala Kika Kovalčíková)

Hneď na začiatku si môžeme všimnúť, že mólo je všade široké 5 stôp. Ak teda Julinka ležala presne v jeho strede, stále musela ležať 2,5 stopy od oboch okrajov. Keď chceme spočítať Julinkinu dĺžku, rozdelíme si ju na 5 častí. Na obrázku sú farebne odlíšené a označené písmenami A, B, C, D, E.



Vyrátame dĺžku A-časti. Z móla vieme „vystrihnúť“ taký obdĺžnik, v ktorom bude celá táto časť. Jeho rozmery sú 20x5 stôp. Viete, ktorý to je? Rozmery tohto obdĺžnika poznáme, lebo dve jeho strany boli v zadaní. Julinka leží po jeho dĺžke. Avšak nie po celej dĺžke. Z pravej strany je o 2,5 stopy kratšia. To preto, lebo stále musí ležať 2,5 stopy od okraja móla. **A-časť je preto dlhá  $20 - 2,5 = 17,5$  stopy.**

Vyrátame dĺžku B-časti. Podobne vieme z móla „vystrihnúť“ obdĺžnik, ktorého rozmery vieme zistiť a Julinka v ňom leží. Je to takýto obdĺžnik:



Jeho rozmery sú 13x5 stôp. Julinka zase leží popri dlhšej strane. Ale zhora aj zdola je kratšia o 2,5 stopy. **Jej dĺžka na tomto úseku je preto  $13 - 2,5 - 2,5 = 8$  stôp.**

Vyrátame dĺžku C-časti. Zase z móla vystrihneme taký obdĺžnik, v ktorom leží C-časť Julinky. Jeho rozmery sú tentokrát 30x5 stôp. Julinka aj teraz leží popri dlhšej strane. Ale sprava aj zľava je o 2,5 stopy kratšia ako mólo. **Preto tu meria 25 stôp.**

Vyrátame dĺžku D-časti. Aj tentoraz budeme vystrihovať obdĺžnik. Ale skôr, ako začneme rátať jeho rozmery, si všimneme, že už sme ho raz videli. Je taký istý ako pri počítaní B-časti. To znamená, že **Julinka tu bude mať takisto dĺžku 8 stôp.**

Napokon dĺžka E-časti. Už dobre známym postupom vystrihneme obdĺžnik s rozmermi 5x10 stôp. Julinka leží popri dlhšej strane, ale zľava (sprava už nie) je o 2,5 stopy kratšia. **Jej dĺžka je tu preto 7,5 stopy.**

**Keď spočítame dĺžku Julinky na jednotlivých úsekoch, dostaneme, že je 66 stôp dlhá.**

### Úloha 2 (opravoval Jakub Daubner)

Zo zadania vieme, že hovädzie mäso musí mať najmenej 30g a bravčové najmenej 31g, pretože obe musia mať viac ako 29g (kuracie mäso). Emulgátory majú minimálne 1g, lebo ak by mali 0g, tak v zložení Májky vôbec nebudú uvedené. Potom soľ má aspoň 2g, cibuľa aspoň 3g a paradajky aspoň 4g. Keď sčítame všetky tieto najmenšie možné hmotnosti surovín, tak dostaneme

$$31 + 30 + 29 + 4 + 3 + 2 + 1 = 100.$$

Takto sme objavili jedno riešenie úlohy. Navyše **je to jediné možné riešenie**, lebo ak by sme zvýšili hmotnosť hociktorej suroviny, tak súčet hmotností by bol väčší ako 100g, a to nemôže byť.

Poslali ste nám veľa dobrých riešení. Takmer všetci ste objavili správny výsledok, ale občas ste zabúdali vysvetliť, prečo by suroviny nemohli mať aj iné hmotnosti.

### Úloha 3 (opravovali Oli a Peťo Czimmermanovci)

Po prvom trhaní mali piráti 5 častí. Po druhom trhaní mali 9 častí, pretože jednu pôvodnú časť roztrhli na 5, teda častí bolo o 4 viac. Pri každom ďalšom trhaní podľa spomenutého pravidla sa počet častí vždy zvýši o 4. Postupne tak dostaneme 13, 17, 21, ..., 49, 53, ..., 89, 93 častí. Ide vždy o čísla, ktoré po delení 4 dajú zvyšok 1. Žiadne z čísel 16, 50 a 91 túto podmienku nespĺňa. **Mapa sa preto nedá roztrhnúť na 16, na 50 ani na 91 častí.** Dlhofúz sa asi rozprával s klamármi alebo popletenými pamätníkmi. Ak sa o tú drevenú nohu stavil, vyhral ju!

### Úloha 4 (opravovala Ajka Bachratá)

V tejto úlohe bolo treba nahradiť písmená B, E, M a U ciframi (0, 1, 2, ..., 9), tak aby platil súčet

$$\text{BEEE} + \text{B} = \text{MUUU}.$$

Ak sa pozrieme na tento súčet, vidíme že pripočítaním B ku BEEE musíme prejsť cez tisícky. Je to preto, že M a B, ktoré sú na mieste tisícok, nemôžu byť rovnaké. Písmeno B na mieste tisícok v sčítanci BEEE nám tento prechod cez tisícky neovplyvní. Takže chceme dostať sčítaním čísla EEE a B číslo väčšie ako tisíc. Ak by sme vzali E menšie ako 9, tak sa nám to už nepodarí. Totiž  $888 + 9 = 897$  je menej ako 1000. Keby sme vzali EEE menšie ako 888, tak súčet vyjde ešte menší. Ak E nahradíme 9, tak 999 plus hociktorá cifra okrem 0 už bude viac ako tisíc. **Preto E môže byť len 9.**

Pozrime sa teraz na B. Keď ho pripočítame k  $EEE = 999$ , mali by sme dostať číslo s poslednými tromi ciframi rovnakými. To nám vyjde len keď je B rovné 0 alebo 1. Pri ostatných cifrách nám vyjde, že prvé dve U sú nuly a posledné U je rôzne od nuly, napríklad  $999 + 5 = 1004$ . **Preto B môže byť 0 alebo 1.**

Navyše ak by bolo  $B = 0$ , mali by sme  $999+0=999$ . Potom by E a U boli rovnaké cifry. **Takže B môže byť len 1.** Písmená M a U nám už vyjdú ľahko, pretože už vieme, že  $1999 + 1 = MUUU$ , a  $1999 + 1 = 2000$ . **Teda M je 2 a U je 0.**

Riešenie preto je:  $B = 1, E = 9, M = 2, U = 0$ , lebo platí  $1999 + 1 = 2000$ . Toto riešenie je jediné, pretože E mohla byť iba jedna cifra 9. Ani potom sa nám už nestalo, že by niektoré písmeno mohlo zastupovať viacero cifier.

### Úloha 5 (opravoval Miro Hudec)

Ak má byť každý ostrov spojený s práve jedným iným, tak nám ostrovy vytvoria dvojice spojené cestou ako na prvom obrázku. Keď majú ísť z ostrova 2 cesty, tak pridaním ďalších 3 ciest (doplnením do 6-uholníka) dostaneme, čo potrebujeme (ako na druhom obrázku). Pridaním ďalších 3 ciest splníme aj tretiu podúlohu. Aby sa cesty nekrižovali, tak musíme ísť aspoň jednou už po „vonkajšej“ strane. Toto samozrejme nie sú jediné možné riešenia, ostrovy sa dajú spájať aj inými spôsobmi...

