SEZAMKO 2011/2012, Vzorové riešenia 3. série letnej časti

Milí riešitelia,
ani sme sa nenazdali a už sa nám treba s vami rozlúčiť. Opravili sme totiž poslednú sériu SEZAMKa v tomto školskom roku. S tými, ktorým sa darilo najviac, sa ale ešte lúčiť nemusíme, lebo sa s nimi stretneme už onedlho na sústredení vo Fačkovskom sedle.
Jonatán aj Jonatánka vám všetkým veľmi pekne ďakujú za všetky matematické problémy, s ktorými ste im pomohli. V septembri k vám (ak ste nám v hlavičkách písali správnu adresu) zavítajú noví rozprávkoví hrdinovia.
Nechajte sa prekvapiť, kto to bude tentoraz. Pokiaľ ste už šiestaci a SEZAMKa budúci rok podľa pravidiel nebudete môcť riešiť, nesmúťte. Väčší brat SEZAMKa – volá sa SEZAM, na Vás určite bude myslieť a pošle vám svoje zadania. Aby ste budúci rok patrili k tým najlepším, nezabudnite si prečítať aj tieto vzorové riešenia...
Úspešný koniec školského roka a pekné prázdniny vám želajú všetci vedúci SEZAMKa!

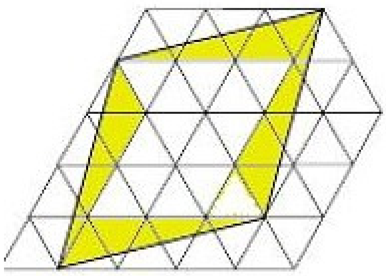
Úloha 1 (opravovala Katka Kmeťová a Baška Klembarová)
Príklad nebol ťažký a väčšina z vás ho mala dobre. Niektorí z Vás ale zle zaokrúhľovali. V zadaní bolo napísané, ceny sa zaokrúhľujú na desiatky centov, teda cena napr. 3,42 Eura sa zaokrúhli na 3,40 dole a 3,50 hore, teda nie na 3,00 dole a 4,00 hore. Viacerí z vás mali tiež problém so zaokrúhľovaním ceny s 0 na mieste desiatok, teda napr. 2,40, teda dole ste to zaokrúhlili dobre na 2,40, ale hore už na 2,50 čo je nesprávne, správne zaokrúhlené je to nezmenené 2,40.
Keď sme si už teda ujasnili ako zaokrúhľujeme, tak prejdime k úlohe. Ako ste mnohí po pár pokusoch zistili, dalo sa tam nájsť pekné pravidlo. Teda, že to vôbec nezávisí od počtu eur, ale iba od počtu centov. A dokonca, len od číslice na mieste jednotiek centov. Prečo je to tak? Tak sa na to poďme pozrieť. Vezmime si nejakú cenu. Zaokrúhlime dole, hore. Potom si vezmime cenu, o 10 centov drahšiu, tú keď zaokrúhlime dole, tak sa nám jednotky budú zaokrúhľovať rovnako, teda dolná cena bude o 10 centov drahšia, a rovnako to platí aj pre hornú cenu. (1,03 … 1,00+1,10; 1,13 … 1,10+1,20) I teda, si stačilo zobrať hodnoty od napr. 0,30 do 0,40.... a zistiť ako sa to správa.

cena	zaok. dole	zaok.hore	pred akciou	po akcii	výhodné pre
0,30	0,30	0,30	0,60	0,60	nikoho
0,31	0,30	0,40	0,62	0,70	obchod
0,32	0,30	0,40	0,64	0,70	obchod
0,33	0,30	0,40	0,66	0,70	obchod
0,34	0,30	0,40	0,68	0,70	obchod
0,35	0,30	0,40	0,70	0,70	nikoho
0,36	0,30	0,40	0,72	0,70	zákazník
0,37	0,30	0,40	0,74	0,70	zákazník
0,38	0,30	0,40	0,76	0,70	zákazník
0,39	0,30	0,40	0,78	0,70	zákazník
0,40	0,40	0,40	0,80	0,80	nikoho

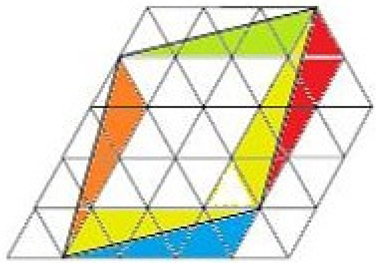
Z tohto vidno, že ak je na mieste jednotiek centov 1,2,3 alebo 4 tak sa táto akcia oplatí pre obchod, ak je 6,7,8 alebo 9 tak pre zákazníka, a ak je tam 0 alebo 5 tak sa to neoplatí nikomu. Sme rady že ste si prečítali náš vzorák :)

Úloha 2 (opravovala Ajka Bachratá)
Najskôr spočítajme, koľko je takých trojuholníkov, ktoré sú celé zlaté. Napočítame ich štrnásť. Látka teda bude stáť 14 EUR plus cena zvyšnej látky. Zvyšná látka bude vyzerať tak ako na obrázku vľavo. Pozrime sa teraz na obrázok vpravo. Zaujíma nás cena oranžovej, zelenej a žltej časti. Všimnime si

však, že oranžová časť vyzerá úplne rovnako ako červená (a teda bude mať aj rovnakú cenu) a zelená časť rovnako ako modrá. Aby sme zistili cenu zvyšnej látky, stačí nám teraz



zistiť cenu žltej, modrej a červenej časti. A to už nie je žiadny problém, lebo vidíme že tieto tri farby nám pokrývajú 12 celých trojuholníkov a nič iné. **Cena látky teda bude 14 + 12 = 26 EUR.** OPRAVIT OBRAZOK VPRAVO



Úloha 3 (opravovala Kaiči Čárska)
Niektorý z vás si hru i zahrali, čo bol výborný nápad, a hneď prišli na to, že študent má väčšiu šancu vyhrať. Väčšia šanca však neznamená istotu a občas môže vyhrať i babička. No ale prečo je tomu tak? „Spravodlivá kocka" má jednu peknú vlastnosť, a to, že každé číslo na nej má rovnakú šancu padnúť. Pri pár hodoch to ešte veľmi nevidno, no pri veľa, veľa hodoch sa to už ukáže, a počty hodov jednotky, dvojky, 3, 4, 5, a šestky budú podobné. Pri 24 hodoch to už vidno celkom fajn, aj keď nie vždy. Môžete si to skúsiť. Pri jednom hode v troch prípadoch (pri hode 4,5 a 6) vyhráva študent, babička vyhráva len v prípadoch dvoch – a to pri číslach 1 a 2. Študent má teda väčšiu šancu hodiť číslo väčšie než tri ako číslo menšie než tri. A tým pádom väčšiu šancu na výhru. Väčšia šanca ale neznamená istotu ! Rovnako je tomu aj pri 24 hodoch, hoci tu sa môžu, a aj sa s veľkou šancou budú, čísla hodené na kocke všelijak striedať. Môžu padnúť samé jednotky i samé šestky, no táto šanca je veľmi maličká. Môže padnúť zopár jednotiek, no napriek tomu vyhrá študent a naopak – môže padnúť zopár šestiek a študent prehrá. Dopredu nikdy nevieme povedať, ako hra študenta s babičkou skončí, vieme len, že väčšiu šancu má v tomto prípade študent.
Úloha 4 (opravoval Maťo Bachratý)
Zadanie tohto príkladu sa dalo pochopiť dvoma spôsobmi. Z vety *„napíšte nám všetky možnosti, ako to mohlo byť"*, totiž nie je úplne jasné, či máme zistiť všetky možné počty jabĺk, aké mohli byť v košíku, alebo nájsť všetky možnosti ako sa dajú jablká rozkrájať. Každým spôsobom sa zaoberala približne polovica z vás, preto si ukážeme riešenia oboch spôsobov.

Prvý spôsob: začneme pekne od najmenšieho počtu jabĺčok – **v košíku mohlo byť jedno jablko**, stačí ho rozkrojiť na 20 kúskov. **Mohli v ňom byť aj dve jablká**, napríklad prvé rozkrojené na 5 kúskov a druhé na 15. **Mohli v ňom byť aj tri jablká**, napríklad prvé rozkrojené na 3, druhé na 8 a tretie na 9 kúskov. **Mohli v ňom byť aj štyri jablká**, napríklad prvé rozkrojené na 2, druhé na 4, tretie na 6 a štvrté na 8 kúskov. **Mohlo v ňom byť aj päť jabĺk**, prvé rozkrojené na 2, druhé na 3, tretie na 4, štvrté na 5 a piate na 6 kúskov. Po chvíli skúšania zistíme, že pre vyššie počty nám to už nevychádza. Ale prečo je to tak? Skúsme zistiť na koľko najmenej kúskov vieme rozkrájať šesť jabĺk. Prvé jablko rozkrojíme na najmenší počet kúskov, teda 2 (zo zadania vieme, že každé jablko je rozkrojené aspoň na dva kúsky). Každé jablko je rozkrájané na iný počet kúskov, teda druhé jablko rozkrojíme na najmenej 3 kúsky. Tretie jablko na najmenej 4 kúsky, a tak ďalej až po šieste jablko, ktoré rozkrojíme na 7 kúskov. Zistili sme, že **šesť jabĺk vieme rozkrájať na najmenej** 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 = **27 kúskov**, čo je moc veľa. Keďže šesť jabĺk je už veľa, tak sa nám to nepodarí ani pre vyššie počty jabĺk. V košíku teda mohlo byť jedno, dve, tri, štyri alebo päť jabĺk.

Druhý spôsob: chceme nájsť všetky možnosti ako sa dajú jablká rozkrájať. Poďme si ich všetky vypísať, ale vypisujme ich šikovným spôsobom, aby sme sa pri tom nepoplietli:
Jedno jablko môžeme rozkrojiť na 20 kusov, čiže máme jednu možnosť.
Dve jablká môžeme rozkrájať takto: 2ks+18ks, 3ks+17ks, 4ks+16ks, 5ks+15ks, 6ks+14ks, 7ks+13ks, 8ks+12ks a 9ks+11ks, teda spolu 8 možností.
Tri jablká môžeme rozkrájať takto: 2ks+3ks+15ks, 2ks+4ks+14ks, 2ks+5ks+13ks, 2ks+6ks+12ks, 2ks+7ks+11ks, 2ks+8ks+10ks, 3ks+4ks+13ks, 3ks+5ks+12ks, 3ks+6ks+11ks, 3ks+7ks+10ks, 3ks+8ks+9ks, 4ks+5ks+11ks, 4ks+6ks+10ks, 4ks+7ks+9ks, 5ks+6ks+9ks, 5ks+7ks+8ks (6+7+8 je spolu 21, čo je už moc veľa), spolu je to 16 možností.
Štyri jablká môžeme rozkrájať takto: 2ks+3ks+4ks+11ks, 2ks+3ks+5ks+10ks, 2ks+3ks+6ks+9ks, 2ks+3ks+7ks+8ks, 2ks+4ks+5ks+9ks, 2ks+4ks+6ks+8ks, 2ks+5ks+6ks+7ks, 3ks+4ks+5ks+8ks, 3ks+4ks+6ks+7ks, spolu je to 9 možností.
Päť jabĺk môžeme rozkrájať len jediným spôsobom, a to na 2, 3, 4, 5 a 6 kúskov.
Viac ako päť jabĺk rozkrájame vždy na aspoň 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 = 27 kúskov (prvé jablko rozkrojíme na najmenší možný počet kúskov, a každé ďalšie tiež a aj tak dostaneme priveľa kúskov).
Našli sme všetkých 1 + 8 + 16 + 9 + 1 = 35 možností.