

SEZAMKO 2007/2008, Vzorové riešenia 2. série letnej časti

Milé deti,

vonku už pomaly prichádza jar a k vám pomaly prichádza nová séria SEZAMKa. Všetci opravovatelia sa potešili vašim pekným riešeniam. Vy sa teraz môžete potešiť z bodov, ktoré ste za tieto riešenia dostali. Ak tých bodov nebolo veľa, nezúfajte, nabudúce to bude určite lepšie. Nezabudnite si prečítať tieto vzorové riešenia. Prezradia vám, ako sa úloha mala riešiť, kde ste urobili chybu alebo vám ukážu, ako sa dala úloha vyriešiť inak než ste ju riešili vy.

A potom hor sa na štyri nové príklady – tie sú posledné v tejto letnej časti SEZAMKa. Po ich úspešnom vyriešení vás už čaká vytúžené májové sústredenie s kopou zábavy, novými kamarátmi a samozrejme matematikou. Sústredenie bude **22. – 24. mája 2008** v škole v prírode Alžbetín v Beluškých Slatinách.

Úloha 1 (opravoval Peťo Czimmerman)

Na najväčšej spodnej kocke musíme určite natrieť 4 bočné steny. Plocha jednej z nich je $9 \cdot 9 = 81$, plocha všetkých štyroch je preto $4 \cdot 81 = 324$ štvorcových stôp. Spodnú stenu natierať netreba. Z vrchnej steny natrieme len tú časť, ktorá nie je zakrytá menšou strednou kockou. Táto časť má plochu

$$9 \cdot 9 - 7 \cdot 7 = 81 - 49 = 32 \text{ štvorcových stôp.}$$

Spolu treba na **spodnej kocke** namaľovať 356 štvorcových stôp. Podobne na **strednej kocke** musíme natrieť plochu

$$4 \cdot (7 \cdot 7) + (49 - 25) = 220 \text{ štvorcových stôp.}$$

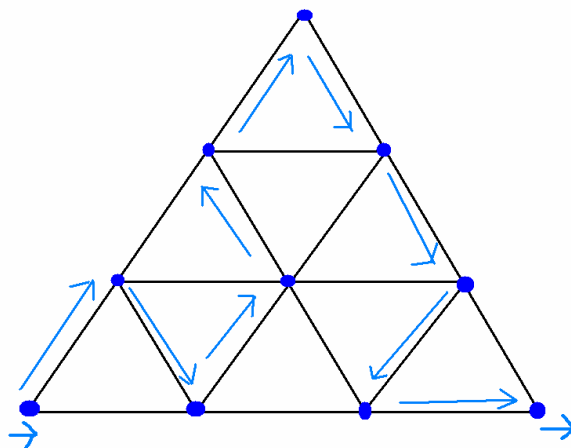
Na **najmenšej vrchnej kocke** treba natrieť buď $4 \cdot (5 \cdot 5) = 100$ alebo $5 \cdot (5 \cdot 5) = 125$ štvorcových stôp. Závisí to od toho, či chceme natrieť kockuliaka aj pod čiapkou (obe riešenia sme považovali za správne).

Spolu bolo treba natrieť plochu $356 + 220 + 100 = 676$ alebo $356 + 220 + 125 = 701$ štvorcových stôp. Niektorí si všimli, že ak sa pozrú na kockuliaka zhora, je vidieť, že vodorovná plocha na maľovanie na všetkých kockách je spolu $9 \cdot 9 = 81$ štvorcových stôp.

Úloha 2 (opravoval Tomáš Rizman)

Najdlhšia cesta lesom, ak nechceme ísť jednou križovatkou viackrát, bude prechádzať **deviatimi cestičkami**. Spôsobov ako takáto cesta cez les môže ísť je viacero. Jeden spôsob je vyznačený šípkami na obrázku.

Dôležité je ale povedať, prečo sa nám **nepodarí prejsť desiatimi alebo viacerými cestičkami**. Mnoho z vás prišlo na to, že je to kvôli tomu, že máme celkovo desať križovatiek a v každej môžeme byť najviac raz. Ak nejakú križovátku vynecháme, počet ciest sa nám zmenší. Takže najlepší spôsob bude prejsť každú križovátku práve raz. Presne to sme na našom obrázku urobili, takže deväť cestičiek bude naozaj najviac.



Úloha 3 (opravoval Maťo a Ajka Bachratá)

Papkoš pil rýchlosťou 12 decilitrov za minútu a Dudroš rýchlosťou 2 decilitre za minútu. Pili dokopy 5 minút a vypili fľašu s objemom 2 litre, čo je 20 decilitrov.

Všimnime si, že za jednu minútu Papkoš vypije 12 decilitrov, čo je viac ako polovica celého objemu fľaše. Ak by Papkoš pil 2 minúty, mal by vypiť 24 decilitrov. To je ale viac ako objem celej fľaše. Preto musel Papkoš piť menej ako dve minúty.

Ak by pil 1 minútu, tak by vypil 12 decilitrov. Dudrošovi by na pitie zostali 4 minúty. Keďže pije rýchlosťou 2 decilitre za minútu, vypil by $2 \cdot 4 = 8$ decilitrov. **Spolu by pili 5 minút, z toho minútu Papkoš a 4 minúty Dudroš. Vypili by 20 decilitrov, z toho 12 Papkoš a 8 Dudroš, čo vyhovuje zadaniu.**

Ešte sa zamyslime nad tým, či nemôže vyhovovať aj iné rozdelenie pitia. Vieme, že za jednu minútu vypije Papkoš viac ako Dudroš. Teda čím dlhšie z celkového času pije Papkoš, tým viac spolu vypijú. A naopak, čím kratšie pije Papkoš, tým spolu vypijú menej.

Napríklad Papkoš za 1.5 minúty vypije 18 decilitrov a Dudroš za zvyšných 3.5 minúty vypije 7 decilitrov, takže spolu vypijú za 5 minút $18 + 7 = 25$ decilitrov, čo je viac ako 20 decilitrov zo zadania.

Papkoš za 0.5 minúty vypije 6 decilitrov a Dudroš za zvyšných 4.5 minúty vypije 9 decilitrov, takže spolu vypijú za 5 minút $6 + 9 = 15$ decilitrov, to je ale menej ako 20 decilitrov zo zadania.

Preto by inak trpaslíci piť nemohli, lebo by vypili buď viac alebo menej ako majú.

Úloha 4 (opravoval Hynek Bachratý)

Úlohu ste zvládli veľmi dobre a použili ste v podstate dva spôsoby riešenia. Každým si vyriešime jednu rodinu.

V rodine Premýšľavých manžel povedal: „Ja aj moja manželka sme klamári“. Skúsme sa zamyslieť nad pravdivosťou tejto vety a teda aj nad tým, kto je pán Premýšľavý. Ak by veta bola pravdivá, tak pán Pr. je poctivec (povedal pravdivú vetu). Potom ale musí platiť to, čo veta tvrdí, a teda aj pani aj pán Pr. sú klamári. Ale pán Pr. nemôže byť súčasne klamár aj poctivec. Dostali sme nezmysel a preto jeho veta nemôže byť pravdivá.

Zostáva možnosť, že veta je klamstvo a **pán Pr. je klamár**. Potom musí platiť opak vety, teda že aspoň jeden z nich je poctivec. (Tu sa niektorí z vás pomýlili a tvrdili, že opak vety je „obaja sme poctivci“. Porozmýšľajte o tom.) Keďže pán Pr. je klamár, **poctivec musí byť jeho žena**. A naozaj, v tomto prípade je všetko v súlade so zadaniami úlohy a máme jediné riešenie.

V rodine Dumavých manželka povedala: „Aspoň jeden z nás je klamár“. Túto rodinu vyriešime druhým z vami používaných spôsobov. Preberieme si všetky možnosti, akí mohli manželia byť. Ak boli obaja poctivci, je aj pani Dumavá poctivec. Ale ak povedala, že aspoň jeden z nich je klamár, očividne to nie je pravda a klamala. To ale poctivec nemôže. Dostali sme nezmysel, preto to, že sú obaja poctivci, je zle.

Ak by boli obaja klamári, je aj pani Du. klamár. Ale veta, ktorú povedala, súhlasí so skutočnou situáciou, teda povedala pravdu. To ale klamár nemôže a zase máme nezmysel. Podobne ak by ona bola klamár a on poctivec, ešte stále je aspoň jeden z nich klamár a klamárka pani Du. povedala pravdu. Teda aj táto možnosť vedie k nezmyslu.

Zostáva posledná možnosť, že **pani Dumavá je poctivec a jej manžel klamár**. V tomto prípade pani Dumavá povedala ako poctivec naozaj pravdu, lebo aspoň jeden z nich (jej muž) je klamár. Toto je teda jediná možnosť, ktorá vyhovuje.

V oboch rodinách je teda muž klamár a žena poctivec.