Viackriteriálne lokačné úlohy v zdravotníctve

Doc. Ing. Ľudmila Jánošíková, CSc.[1]

Abstrakt: V článku predstavujeme matematický model viackriteriálnej lokačnej úlohy, ktorá hľadá optimálny počet a umiestnenie zdravotníckych zariadení. Popisujeme skalarizačnú metódu pre riešenie viackriteriálnych optimalizačných úloh. Ako prípadovú štúdiu riešime problém minimálnej siete nemocníc na území Slovenskej republiky z hľadiska dopravnej dostupnosti.

Kľúčové slová: Viackriteriálna optimalizačná úloha, lokačná úloha, verejná minimálna sieť poskytovateľov zdravotnej starostlivosti

1 Viackriteriálna optimalizačná úloha

V úvodnej kapitole definujeme niekoľko základných pojmov, s ktorými sa stretávame v oblasti viackriteriálneho matematického programovania.

Nech $X \subset \mathbb{R}^n$ je množina prípustných riešení a $f = (f_1, f_2, \ldots, f_m)$ je vektor účelových funkcií, kde $f_i : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ pre $i = 1, \ldots, m$. **Viackriteriálny program** (*multiobjective programm*) je podľa [3] definovaný takto:

MOP: *minimalizujte* $f = (f_1(x), \ldots, f_m(x))$ *za podmienok* $x \in X$

kde minimalizáciou rozumieme nájdenie množiny všetkých vhodných riešení v *X*.

Účelové funkcie sú vo všeobecnosti konfliktné, preto neexistuje jedno optimálne riešenie, pre ktoré by všetky účelové funkcie nadobúdali optimálne hodnoty, ale hľadajú sa tzv. vhodné riešenia.

Riešenie $\hat{x} \in X$ sa nazýva **vhodným** (**Pareto-optimálnym**) riešením (*efficient solution*), ak neexistuje iné $x \in X$ také, že $f_i(x) \le f_i(\hat{x})$ pre všetky $i = 1, \ldots, m$ s ostrou nerovnosťou aspoň pre jednu účelovú funkciu.

Ideálny bod (*ideal point*) v priestore účelových funkcií je bod, ktorého súradnicami sú najlepšie hodnoty jednotlivých účelových funkcií:

$$f_i^I = \min\{ f_i(x) : x \in X \} \text{ pre } i = 1, \ldots, m$$

Ideálny bod definuje dolnú hranicu účelových funkcií vhodných riešení.

Utopia bod (*utopia point*) v priestore účelových funkcií je bod, ktorého súradnice sú dané takto:

$$f_i^U = \min\{ f_i(x) : x \in X \} - \varepsilon_i \text{ pre } i = 1, \ldots, m$$

kde ε_i sú malé kladné čísla.

Jedným z prístupov, ktoré možno použiť na riešenie viackriteriálnych optimalizačných úloh, je skalarizačná metóda.

[1] Žilinská univerzita, Fakulta riadenia a informatiky, Katedra dopravných sietí, Univerzitná 1, 010 26 Žilina
e-mail: Ludmila.Janosikova@fri.uniza.sk

2 Skalarizačná metóda

Skalarizačná metóda kombinuje účelové funkcie do jednej spoločnej funkcie, čiže konvertuje MOP na SOP (*single objective program*) s cieľom nájsť vhodné riešenia, ktoré prinášajú najväčší úžitok z hľadiska všetkých kritérií. Riešením SOP získame jedno riešenie MOP, takže aby sme získali podmnožinu riešení MOP, treba výpočet opakovať. Na konverziu sa explicitne používa nejaká skalarizačná funkcia. Existuje niekoľko skalarizačných funkcií [3], tu vymenujeme tri z nich.

2.1 Skalarizácia pomocou váženej sumy

Najpoužívanejšia je skalarizácia pomocou váženej sumy (*weighted-sum scalarization*). Je definovaná takto:

$$\text{WS}(w)\text{: } \textit{minimalizujte } f = \sum_{i=1}^{m} w_i f_i(x) \textit{ za podmienok } x \in X \text{ ,}$$

kde $w_i \geq 0$ sú váhy jednotlivých kritérií. Výhodou tohto prístupu je, že zložitosť WS(w) je nanajvýš taká ako zložitosť najťažšieho dielčieho problému s jednou ÚF [2].

Ak MOP je úlohou spojitého LP a $\sum_{i=1}^{m} w_i = 1$, potom zmenou váh možno nájsť všetky vhodné riešenia. Na riešenie problému so všetkými hodnotami váh možno použiť parametrické programovanie, avšak v praxi sa tento postup nevyužíva [6], lebo

a) vyžaduje upravený solver,

b) je výpočtovo náročný.

Ak MOP je úlohou zmiešaného alebo celočíselného LP, tak uvedeným postupom nemožno nájsť všetky vhodné riešenia, len tzv. **podporované** vhodné riešenia (*supported efficient solution*). Kvôli diskrétnemu charakteru úlohy ešte obvykle existujú vhodné riešenia, ktoré nie sú optimálne pre žiadnu váženú sumu účelových funkcií. Tieto riešenia sa nazývajú **nepodporované** vhodné riešenia (*nonsupported efficient solution*).

Podľa [4] je vhodné kritériá normovať, aby ich hodnoty boli približne rovnaké (okolo 1):

$$\text{WS}(w,N)\text{: } \textit{minimalizujte } f = \sum_{i=1}^{m} w_i f_i(x) / N_i \textit{ za podmienok } x \in X$$

kde N_i je normovací koeficient. Ak $N_i = f_i^I$, potom w_i vyjadruje zhoršenie celej účelovej funkcie f na percento odchýlky f_i od ideálnej hodnoty.

2.2 Minimaxová skalarizácia

Minimaxová skalarizácia (*min-max scalarization*, tiež *max-ordering approach*) je definovaná ako

$$\text{MM: } \textit{minimalizujte } f = \max_{i=1,\dots,m} \{ f_i(x) \} \textit{ za podmienok } x \in X$$

Optimálne riešenie MM je vždy vhodné, ale nemusí byť podporované.

2.3 Čebyševova skalarizácia

Čebyševova skalarizácia je špeciálnym prípadom prístupu založeného na minimalizácii vzdialenosti hodnôt účelových funkcií od referenčného bodu, ktorým je obvykle ideálny alebo utopia bod. Všeobecne je takýto problém definovaný ako

$$minimalizujte\ d\left(f(x), r\right)\ za\ podmienok\ x \in X$$

kde $r \in \mathbb{R}^m$ je daný referenčný bod a d je funkcia vzdialenosti.

Čebyševova skalarizácia (Tchebyschf-*norm scalarization*) je definovaná ako

$$\text{TN}(r,w)\text{: } minimalizujte\ f = \max_{i=1,\dots,m} \left\{ w_i \left(f_i(x) - r_i \right) \right\}\ za\ podmienok\ x \in X$$

kde $w_i \geq 0$ sú váhy jednotlivých kritérií a $r \in \mathbb{R}^m$ je daný referenčný bod. Optimálne riešenie TN(r,w) je vždy vhodné, ale nemusí byť podporované.

V skalarizačnej metóde je najväčším problémom správne určenie váh, avšak najmä sumačný model sa často používa, lebo

a) zodpovedá predstave, že manažér, ktorý rozhoduje (*decision maker*), chce nájsť kompromis medzi kritériami,

b) umožňuje vyšetrovanie citlivosti (čo sa stane, ak budeme mať k dispozícii väčšie územie, viac ľudí, ...).

Jedným zo spôsobov ako určiť váhy je vziať minulé rozhodnutia a skúsiť nastaviť váhy kritérií tak, aby sa riešenie modelu čo najmenej odlišovalo od prijatých rozhodnutí.

Druhý spôsob predstavuje dotazník, v ktorom manažéri odpovedajú na otázky o relatívnej dôležitosti kritérií. Tento prístup má dve riziká:

a) výsledky dotazníka je ťažké transformovať na váhy kritérií,

b) nie je isté, že riešenie modelu s vypočítanými váhami bude zodpovedať rozhodnutiam, ktoré by manažér vydal v aktuálnej situácii.

Treťou metódou je interaktívny proces, kedy manažér mení váhy kritérií na základe výsledkov riešenia modelu (napr. ak riešenie prinesie nedostatočný zisk, zvýši váhu pre zisk).

Na záver diskusie o váhach treba zdôrazniť, že viackriteriálny model nemožno zostaviť abstraktne. Váhy možno nastaviť len v spolupráci s človekom, ktorý prijíma rozhodnutia.

3 Podmienka ako kritérium

Okrem viacerých hľadísk pri posudzovaní kvality riešenia nám viackriteriálne modely dovoľujú modelovať tzv. mäkké podmienky. To sú podmienky, ktoré **by mali byť** splnené (tvrdé podmienky **musia** byť splnené). Pre mäkké podmienky môžeme zaviesť odchýlku od požadovanej hodnoty pravej strany a tieto odchýlky minimalizovať ako kritériá.

Nech v modeli vystupujú nasledujúce podmienky [4]:

$p_i(x) \leq b_i$ pre i = 1, ..., s

$p_j(x) = b_j$ pre j = 1, ..., t

$x \in X$

Prvé dve množiny podmienok sú mäkké podmienky, X je množina prípustných riešení definovaná tvrdými podmienkami.

Definujme odchýlky $e_i \geq 0$ pre i = 1, ..., s, $e_j^- \geq 0$ a $e_j^+ \geq 0$ pre j = 1, ..., t. Potom MOP definovaný ako

minimalizujte $f = \left(f_1(x), \ldots, f_m(x), e_1, \ldots, e_s, e_1^-, e_1^+, \ldots, e_t^-, e_t^+ \right)$

za podmienok

$p_i(x) - e_i \leq b_i$	pre i = 1, ..., s
$p_j(x) - e_j^- + e_j^+ = b_j$	pre j = 1, ..., t
$e_i \geq 0$	pre i = 1, ..., s
$e_j^- \geq 0$, $e_j^+ \geq 0$	pre j = 1, ..., t
$x \in X$	

hľadá vhodné riešenie, ktoré vyhovuje čo najväčšiemu počtu podmienok.

4 Prípadová štúdia: minimálna sieť nemocníc v SR

V rámci reformy zdravotníctva dochádza na Slovensku k reštrukturalizácii zdravotníckych zariadení. Tento proces sa opiera o dve právne normy, a to Nariadenie vlády Slovenskej republiky č. 751/2004 Z. z. o verejnej minimálnej sieti poskytovateľov zdravotnej starostlivosti a Nariadenie vlády Slovenskej republiky č. 504/2007, ktorým sa mení a dopĺňa predošlé nariadenie. Súčasťou druhého nariadenia je zoznam nemocníc na Slovensku, ktoré sú nevyhnutné pre zabezpečenie neodkladnej zdravotnej starostlivosti. Tieto vymenované nemocnice tvoria tzv. minimálnu sieť ústavnej zdravotnej starostlivosti. Pre nemocnice, ktoré patria do minimálnej siete, to znamená, že majú zabezpečené financovanie, lebo zdravotné poisťovne s nimi musia uzatvoriť zmluvy. O tom, ktoré nemocnice by mali patriť do minimálnej siete, sa viedla búrlivá diskusia, Ministerstvo zdravotníctva niekoľkokrát predložilo zoznam nemocníc na rokovanie vlády. V zozname, ktorý Ministerstvo predložilo v júli 2007, bolo 44 nemocníc, neskôr k nim pribudli ďalšie 3, do nariadenia vlády č. 504/2007, ktoré platí od 15. novembra 2007, sa napokon dostalo len 12 všeobecných nemocníc. Je zrejmé, že tento počet je nedostačujúci a že zdravotné poisťovne musia vykonať vlastnú analýzu, na základe ktorej budú uzatvárať zmluvy so zdravotníckymi zariadeniami. Postup vlády pri redukcii nemocníc kritizuje aj Stredoeurópsky inštitút pre zdravotnú politiku – Health Policy Institute [11]. Podľa neho štát má učiť len minimálne kritériá kvality a dostupnosti, ale výber zariadení má prenechať zdravotným poisťovniam.

Otázka, ktoré nemocnice by mali tvoriť minimálnu sieť, sa dá chápať ako lokačná úloha vo verejnom obslužnom systéme. Úlohou je z aktuálnych nemocníc vybrať také, aby výsledná sieť poskytovala dostupnú, kvalitnú a efektívnu zdravotnú starostlivosť. Túto úlohu musí riešiť každý, kto vyberá nemocnice do minimálnej siete, či už je to ministerstvo alebo zdravotná poisťovňa.

Prvým krokom pri výbere nemocníc je stanovenie kritérií, ktoré by nemocnice v minimálnej sieti mali spĺňať. V nasledujúcich kapitolách sa na základe dostupných analýz a správ pokúsime sformulovať všeobecnú požiadavku dostupnosti a kvality presnejšie tak, aby bolo možné ďalej definovať účelovú funkciu v matematickom modeli.

4.1 Kritériá

4.1.1 Dostupnosť

V predkladacej správe k Nariadeniu vlády č. 504/2007 [9] sa hovorí, že „Návrh zoznamu nemocníc vychádza z geografických podmienok na dostupnosť (pri transportnom čase do 30 minút z miesta nehody pri súčasnej sieti staníc ZZS (záchrannej zdravotnej služby, pozn. autora) a z historického postavenia bývalých nemocníc II. typu (predpoklad štruktúry odborností) a zároveň rešpektuje aj regionálnu geografickú dostupnosť pre neodkladnú zdravotnú starostlivosť bez účasti ZZS a efektívnu zdravotnú starostlivosť pre obyvateľstvo“.

Prvým kritériom pre výber nemocníc teda bude **dostupnosť**, a to dostupnosť

- pre pacientov záchrannej zdravotnej služby, ako aj
- pre ostatných pacientov, ktorí navštívia nemocnicu peši alebo využijú individuálnu alebo verejnú dopravu.

Požadovaná hodnota dostupnosti pre zdravotnú starostlivosť bez účasti ZZS však nie je definovaná ani v predkladacej správe, ani v nariadení vlády. Stredoeurópsky inštitút pre zdravotnú politiku – Health Policy Institut (HPI) v dokumente [6] navrhuje nasledovnú definíciu geografickej dostupnosti: „Poskytovatelia príslušného typu zdravotnej starostlivosti sú dostupní do X minút pre 95 % poistencov príslušnej zdravotnej poisťovne v príslušnom okrese a do Y minút pre 100 % poistencov príslušnej zdravotnej poisťovne v príslušnom okrese.“ Pre ústavnú zdravotnú starostlivosť závisí hodnota parametrov od špecializácie zdravotnej starostlivosti. Pre najviac využívané špecializácie akútnej starostlivosti, ako je interná medicína, chirurgia, traumatológia, pediatria, gynekológia a neurológia je X = 60 minút a Y = 120 minút.

4.1.2 Kvalita

Jednotné kritériá pre hodnotenie kvality nemocníc neboli doposiaľ na Slovensku stanovené. Zdravotné poisťovne vykonávajú prieskumy medzi poistencami, v ktorých poistenci hodnotia prístup personálu, informovanosť o liečebnom postupe, zlepšenie zdravotného stavu po liečbe, kvalitu stravy a ubytovania a pod. Na základe tohto hodnotenia poisťovne zostavujú a zverejňujú rebríček nemocníc. Názory pacientov sú však len jedným z ukazovateľov kvality. Poisťovne pri celkovom hodnotení nemocníc vychádzajú aj z iných údajov, napr. počet operovaných, počet pacientov z iných krajov, čakanie na operáciu, úmrtnosť. Všeobecná zdravotná poisťovňa (VšZP) zverejňuje kvalitatívne hodnotenie jednotlivých nemocníc podľa každého ukazovateľa zvlášť (či nemocnica vykazuje nízku, štandardnú alebo vysokú úroveň indikátora). Celkové hodnotenie zohľadňujúce všetky ukazovatele kvality však poisťovne nezverejňujú. Podľa VšZP je konkrétne poradie nemocníc súčasťou obchodnej politiky poisťovne. Najväčšia súkromná poisťovňa Dôvera však prisľúbila, že v blízkej dobe zverejní poradie nemocníc, čím chce prispieť k lepšej informovanosti pacientov.

4.1.3 Ďalšie ukazovatele

Ďalšími ukazovateľmi, ktoré VšZP používa pri hodnotení nemocníc, sú komplexnosť, materiálno-technické vybavenie a personálne zabezpečenie. Z týchto ukazovateľov by sme mohli do modelu zahrnúť komplexnosť, ak pod ňou rozumieme počet oddelení nemocnice. To je údaj vcelku dostupný z internetových stránok nemocníc, poisťovní, zdravotníckych organizácií alebo odborov zdravotníctva na krajských úradoch.

4.2 Model

V tejto kapitole popíšeme matematický model úlohy návrhu minimálnej siete nemocníc. Nemocnice budeme vyberať zo súčasných 72 všeobecných nemocníc (vrátene štyroch pracovísk FNsP v Bratislave, bez detských nemocníc). Túto množinu možných umiestnení nemocníc označíme symbolom I. Za zákazníkov nemocníc budeme považovať všetkých 2916 miest a obcí Slovenska (vrátane mestských častí Bratislavy a Košíc). Označme množinu zákazníkov symbolom J. Každá obec $j \in J$ má svoju váhu danú počtom obyvateľov b_j.

Najprv sformulujeme kritérium vyjadrujúce dopravnú dostupnosť nemocnice i z obce j. Dopravná dostupnosť je definovaná ako odpor, ktorý treba prekonať na ceste z miesta i na miesto j. Tento odpor je obvykle vyjadrený vo forme cestovného času. Miesta i a j sú uzlami dopravnej (presnejšie cestnej) siete. Cestné úseky sú zaradené do tried v závislosti od ich kvality. Každej triede cesty môžeme priradiť rýchlosť, ktorou sa po nej priemerne pohybuje dopravný prostriedok. Potom čas potrebný na prejdenie úseku cesty vypočítame z dĺžky úseku a rýchlosti zodpovedajúcej jeho triede. Na základe úsekových časov môžeme vypočítať dobu jazdy t_{ij} z miesta i na miesto j ako dĺžku najkratšej cesty z i do j vyjadrenú v časových jednotkách. Pretože priemerné rýchlosti nie sú konštantné, ale závisia od typu vozidla, čas $t_{ij}(\boldsymbol{v})$ je funkciou vektora $\boldsymbol{v} = \langle v_1, v_2, \ldots, v_r \rangle$ rýchlostí, ktorými sa vozidlo pohybuje po ceste triedy 1, 2, ..., r (označenie prevzaté z Janáčkovej práce [5]). Z toho vyplýva, že určenie najbližšej nemocnice k danej obci tiež závisí od daného rýchlostného scenára $\boldsymbol{v}$. V ďalšom texte symbol $i(\boldsymbol{v}, j)$ označuje tú nemocnicu z minimálnej siete, ktorá je z časového hľadiska najbližšia k obci j pri predpokladaných rýchlostiach $\boldsymbol{v}$.

Zamyslime sa najprv nad dopravnou dostupnosťou nemocnice pre bežných pacientov, ktorí navštívia nemocnicu peši alebo využijú individuálnu alebo verejnú dopravu. Pretože nie sú k dispozícii štatistiky, koľko pacientov využije jednotlivé druhy dopravy, musíme si zvoliť jeden spôsob dopravy, ktorý budeme považovať za reprezentatívny a pre tento spôsob dopravy definujeme vektor rýchlostí $\boldsymbol{v}$. V našej analýze budeme predpokladať, že pacienti používajú individuálnu dopravu, kde priemerné rýchlosti na diaľnici, ceste 1., 2. a 3. triedy a na miestnej komunikácii sú dané vektorom $\boldsymbol{v} = \langle 85, 75, 55, 40, 30 \rangle$ (podľa [8]).

Kritérium C1 vyjadrujúce dopravnú dostupnosť nemocnice pre bežných pacientov môžeme vyjadriť ako celkový čas, ktorí pacienti strávia cestovaním do najbližšej nemocnice:

$$\text{C1}: \sum_{j \in J} b_j t_{i(\boldsymbol{v},j),j}(\boldsymbol{v})$$

Je zrejmé, že čím menej ľudia cestujú, tým je návrh lepší.

Druhá požiadavka na dostupnosť definovaná v prekladacej správe Ministerstva hovorí, že z každého miesta by sa mala ambulancia záchrannej zdravotnej služby dostať do najbližšej nemocnice do 30 minút, t.j. pre každú obec $j \in J$ by mala platiť nerovnosť $t_{i(u,j),j}(\boldsymbol{u}) \le T^{max}$ (= 30 minút). Pretože teraz je dopravným prostriedkom ambulancia, ktorá sa pohybuje vyššou rýchlosťou než automobil pri individuálnej doprave, v symbolickom vyjadrení pre čas sa vyskytuje iný vektor rýchlostí $\boldsymbol{u}$ (ktorého zložky boli v našich experimentoch vyššie o 20 km/hodinu v porovnaní so zložkami vektora $\boldsymbol{v}$). Obec, pre ktorú je vzdialenosť do strediska obsluhy menšia, nanajvýš rovná než predpísaný limit T^{max}, sa v lokačnej teórii nazýva pokrytá službou. Požiadavka, aby každá obec bola pokrytá do 30 minút však nie je reálna, zvlášť v geografických podmienkach Slovenska, kde existujú malé dedinky dosť vzdialené od najbližšej nemocnice. Ako naše výpočty ukázali, ani dnes nie sú všetky obce pokryté. Avšak aj v týchto obciach žijú ľudia, ktorým musí byť záchrannou službou poskytnutá pomoc a v prípade potreby musia byť dopravení do nemocnice čo najskôr. Maximálnu dostupnosť záchrannou zdravotnou službou dosiahneme, keď budeme minimalizovať celkový čas jazdy do nemocnice pre nepokrytých obyvateľov. Kritérium C2 teda bude:

C2: $$\sum_{\substack{j\in J \\ t_{i(\boldsymbol{u},j),j}(\boldsymbol{u})>T^{max}}} b_j t_{i(\boldsymbol{u},j),j}(\boldsymbol{u})$$

Kritériá C1 a C2 sú v protiklade. Kritérium C1 priťahuje nemocnice do ekonomických a administratívnych centier, kde žije veľa potenciálnych pacientov. Na druhej strane kritérium C2 ťahá nemocnice k okrajom uvažovanej oblasti.

Pri formulovaní kvalitatívneho kritéria budeme predpokladať, že existuje rebríček nemocníc a každej nemocnici $i \in I$ v ňom prislúcha ohodnotenie h_i, pričom najlepšia nemocnica má $h_i = 1$, najhoršia $h_i = 72$. Požiadavku, aby minimálnu sieť tvorili kvalitné nemocnice, môžeme formulovať tak, že chceme minimalizovať súčet ohodnotení nemocníc, ktoré vyberieme do minimálnej siete (kritérium C3).

Z ostatných kritérií na výber nemocníc do minimálnej siete môžeme použiť počet oddelení v nemocniciach, kde do siete budeme vyberať také nemocnice, aby počet ich oddelení bol čo najvyšší (kritérium C4), resp. aby vypadli nemocnice s najmenším počtom oddelení. V nasledujúcom matematickom modeli označme počet oddelení nemocnice i symbolom o_i.

Úlohu návrhu minimálnej siete budeme formulovať ako lokačno-alokačnú úlohu, ktorej výsledkom budú rozhodnutia o tom:

- koľko nemocníc a v ktorých mestách bude tvoriť minimálnu sieť,
- aké budú spádové oblasti vybratých nemocníc.

V matematickom modeli teda vystupujú dva typy bivalentných premenných. Premenné $y_i \in \{0, 1\}$ modelujú rozhodnutie, či v mieste i bude nemocnica ($y_i = 1$) alebo nie ($y_i = 0$). Zatiaľ budeme predpokladať, že vieme, koľko nemocníc má byť v sieti (požadovaný počet nemocníc označíme symbolom p). Pretože individuálny príspevok obce k hodnote dostupnosti (k hodnote kritérií C1 a C2) závisí od vzdialenosti k najbližšej otvorenej nemocnici, potrebujeme pre každú dvojicu $\langle i, j\rangle$ bivalentnú premennú z_{ij}. Premenná z_{ij} nadobudne hodnotu 1, ak nemocnica i je najbližšia otvorená nemocnica k obci j. V opačnom prípade má hodnotu 0.

Pretože požadované (cieľové) hodnoty jednotlivých kritérií nie sú známe, budeme úlohu riešiť pomocou skalarizačnej metódy, kde skalarizačnou funkciou bude vážená suma.

Aby sme mohli kritériá C1 a C2 pre dostupnosť jednoduchšie zapísať v účelovej funkcii, zaveďme dva typy koeficientov:

1. $c_{ij} = b_j t_{ij}(\boldsymbol{v})$,
2. $d_{ij} = \begin{cases} b_j t_{ij}(\boldsymbol{u}) & \text{ak } t_{ij}(\boldsymbol{u}) > T^{max} \\ 0 & \text{inak} \end{cases}$.

Teraz matematický model môžeme zapísať v tvare:

$$\textit{minimalizujte } f = \alpha\sum_{i\in I}\sum_{j\in J} c_{ij}z_{ij} + \beta\sum_{i\in I}\sum_{j\in J} d_{ij}z_{ij} + \gamma\sum_{i\in I} h_i y_i + \delta\sum_{i\in I} o_i\left(1-y_i\right) \quad (4.1)$$

za podmienok

$$\sum_{i\in I} z_{ij} = 1 \quad \text{pre } j \in J \quad (4.2)$$

$$z_{ij} \le y_i \quad \text{pre } i \in I, j \in J \quad (4.3)$$

$$\sum_{i\in I} y_i = p \quad (4.4)$$

$$y_i \in \{0, 1\} \quad \text{pre } i \in I \quad (4.5)$$

$$z_{ij} \in \{0, 1\} \quad \text{pre } i \in I, j \in J \tag{4.6}$$

kde $\alpha = w_1 / N_1$, $\beta = w_2 / N_2$, $\gamma = w_3 / N_3$, $\delta = w_4 / N_4$. Koeficienty w_i sú váhy jednotlivých kritérií, $w_i \geq 0$, $\sum_{i=1}^{4} w_i = 1$ a N_i sú normovacie koeficienty. Podľa kap. 2.1 ich môžeme definovať ako súradnice ideálneho bodu v priestore účelových funkcií. Získame ich riešením úlohy (4.2)-(4.6) s účelovou funkciou tvorenou len výrazom pre daný koeficient. Koeficient N_1 teda dostaneme ako hodnotu účelovej funkcie optimálneho riešenia úlohy

$$\textit{minimalizujte } f = \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} c_{ij} z_{ij} \tag{4.7}$$

za podmienok (4.2)-(4.6)

To znamená, že hľadáme také umiestnenie p nemocníc, aby dostupnosť pre pacientov, ktorí prídu do nemocnice sami (predpokladáme, že autom) bola čo najväčšia, t.j. aby celkový čas pre všetkých obyvateľov bol čo najmenší.

Koeficient N_2 je optimálna hodnota celkového času pre nepokrytých obyvateľov s použitím záchrannej zdravotnej služby. Získame ho riešením úlohy

$$\textit{minimalizujte } f = \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} d_{ij} z_{ij} \tag{4.8}$$

za podmienok (4.2)-(4.6)

Koeficient N_3 je súčet poradí najlepších p nemocníc, t.j. $N_3 = \sum_{i=1}^{p} i$.

Koeficient N_4 je súčet oddelení v najväčších (podľa počtu oddelení) p nemocniciach.

4.3 Koľko má byť nemocníc? (Ako nájsť *p*?)

Potrebný počet nemocníc v minimálnej sieti (v modeli označený ako p) nie je dopredu známy. Možno ho určiť vyšetrením citlivosti riešenia na zmenu parametra p, kedy budeme postupne **znižovať hodnotu parametra *p*** v modeli počnúc súčasným počtom nemocníc po nejakú minimálnu hodnotu a sledovať, ako sa menia jednotlivé kritériá.

Minimálny počet nemocníc môžeme určiť na základe požadovanej dostupnosti uvedenej v kap. 4.1.1. Pritom môžeme brať do úvahy ako dostupnosť záchrannou zdravotnou službou, ktorú požaduje ministerstvo, tak aj dostupnosť bez účasti ZZS, ktorú definuje HPI. Pre jednoduchosť však na rozdiel od HPI nebudeme dostupnosť vzťahovať na jednotlivé okresy, ale vyjadríme ju spoločne pre celý štát. Úlohou je teda nájsť minimálny počet nemocníc tak, aby

1. všetci obyvatelia boli dostupní pomocou ZZS do 30 minút[2],
2. všetci obyvatelia boli pokrytí do Y minút,
3. 95 % obyvateľov bolo pokrytých do X minút,

pričom parametre X a Y závisia od špecializácie zdravotnej starostlivosti. Pretože nemocnice v minimálnej sieti majú podľa predkladacej správy MZ zabezpečiť účinnú **neodkladnú** zdravotnú starostlivosť, musia mať nemocnice v minimálnej sieti všetky oddelenia spomínané v kap. 4.1.1, pre ktoré je X = 60 minút a Y = 120 minút.

Z matematického hľadiska ide o riešenie lokačno-pokrývacej úlohy. V nasledujúcej formulácii modelu označíme symbolom X_j množinu možných umiestnení nemocníc, ktoré pokrývajú obec j do 60 minút, t.j. $X_j = \{i \in I: t_{ij}(\boldsymbol{v}) \leq 60\}$. Podobne $Y_j = \{i \in I: t_{ij}(\boldsymbol{v}) \leq 120\}$ a $Z_j =$

[2] Presnejšie povedané, všetci tí obyvatelia, ktorí sú dostupní do 30 minút dnes, lebo existujú obce, z ktorých ani pri súčasnej sieti nemocníc nedorazí ambulancia do najbližšej nemocnice do 30 minút.

$\{i \in I: t_{ij}(\boldsymbol{u}) \leq 30\}$. Bivalentné premenné $y_i \in \{0, 1\}$ modelujú rozhodnutie, či v mieste i bude nemocnica ($y_i = 1$) alebo nie ($y_i = 0$). Bivalentné premenné $x_j \in \{0, 1\}$ vyjadrujú, či obec j je pokrytá do 60 minút ($x_j = 1$) alebo nie ($x_j = 0$). Minimálny počet nemocníc je hodnota účelovej funkcie optimálneho riešenia úlohy:

$$\textit{minimalizujte } f = \sum_{i \in I} y_i \tag{4.9}$$

za podmienok

$$\sum_{i \in Z_j} y_i \geq 1 \qquad \text{pre } j \in J, Z_j \neq \emptyset \tag{4.10}$$

$$\sum_{i \in Y_j} y_i \geq 1 \qquad \text{pre } j \in J \tag{4.11}$$

$$\sum_{i \in X_j} y_i \geq x_j \qquad \text{pre } j \in J \tag{4.12}$$

$$\sum_{j \in J} b_j x_j \geq 0.95 \sum_{j \in J} b_j \tag{4.13}$$

$$x_j \in \{0,1\} \qquad \text{pre } j \in J \tag{4.14}$$

$$y_i \in \{0, 1\} \qquad \text{pre } i \in I \tag{4.15}$$

Účelová funkcia (4.9) minimalizuje počet nemocníc. Podmienky (4.10) vyžadujú, aby každá obec, ktorá má v okruhu 30 minút aspoň jedného kandidáta na umiestnenie nemocnice, bola pokrytá do tohto limitu. Podmienky (4.11) vyžadujú, aby každá obec bola pokrytá aspoň jednou nemocnicou do 120 minút. Podmienky (4.12) dovolia nastaviť premennú x_j na 1, ak obec j je pokrytá do 60 minút. Podmienky (4.13) potom požadujú, aby počet obyvateľov v týchto obciach bol aspoň 95 % všetkých obyvateľov.

Ďalej sa môžeme pokúsiť nešpecifikovať parameter p explicitne, ale zahrnúť ho do modelu v podobe kapacitných obmedzení na rozsah zdravotnej starostlivosti poskytovanej minimálnou sieťou nemocníc. Podľa [6] minimálna sieť musí okrem geografickej dostupnosti spĺňať aj požiadavku tzv. kapacitnej priepustnosti, ktorá je definovaná ako "maximálna kapacita poskytovateľa poskytnúť zdravotnú starostlivosť v určitom časovom úseku určitému počtu pacientov". Pre ústavnú zdravotnú starostlivosť je kapacitná priepustnosť definovaná ako počet lôžok v jednotlivých špecializáciách pripadajúci na 10 tisíc poistencov v príslušnom spádovom území. Opäť kvôli zjednodušeniu nebudeme rozlišovať medzi regiónmi či spádovými územiami, ale požadovaný počet lôžok definujeme pre celé územie Slovenska na základe celkového počtu obyvateľov. Zachováme však delenie na jednotlivé špecializácie. Budeme vychádzať zo súčasnej štruktúry ústavných zdravotníckych zariadení (nemocníc, liečební, špecializovaných zariadení), z existujúcich oddelení v zariadeniach a aktuálneho počtu lôžok na týchto oddeleniach. Požadovaný počet lôžok v nemocniciach dostaneme tak, že z celkového požadovaného počtu lôžok v danej špecializácii odčítame lôžka v iných zariadeniach.

Kapacitné požiadavky možno do modelu začleniť dvojakým spôsobom:

1. ako mäkké podmienky s odchýlkou minimalizovanou v účelovej funkcii, alebo
2. ako podmienky v tvare fuzzy nerovností.

Najprv sformulujme mäkké podmienky na počet lôžok. Budeme požadovať, aby počet lôžok v nemocniciach, ktoré sa dostanú do minimálnej siete, neprekročil stanovenú kapacitu v jednotlivých špecializáciách. Na tom ale nemôžeme trvať rigorózne, lebo počet lôžok na oddeleniach sa môže zmeniť, alebo sa môže zrušiť celé oddelenie nemocnice. Preto pripustíme, aby optimalizovaný počet lôžok v špecializácii k prekročil limit p_k o hodnotu e_k. Súčet odchýlok e_k od požadovaných hodnôt potom budeme minimalizovať.

Označme symbolom K množinu špecializácií (HPI v [6] rozlišuje 38 špecializácií). Nech a_{ik} je počet lôžok v nemocnici i na oddelení k. Kapacitné podmienky v tvare

$$\sum_{i \in I} a_{ik} y_i - e_k \le p_k \quad \text{pre } k \in K$$

pridáme k modelu lokačno-alokačnej úlohy. K účelovej funkcii (4.1) pripočítame výraz

$$w_5 / N_5 \sum_{k \in K} e_k \ ,$$

kde $0 \le w_5 \le 1$ je váha pre prekročenie kapacity a N_5 je normovací koeficient, ktorým môže byť celkový požadovaný počet lôžok v minimálnej sieti.

Výsledný model je:

$$\textit{minimalizujte} \ \ f = \alpha \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} c_{ij} z_{ij} + \beta \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} d_{ij} z_{ij} + \gamma \sum_{i \in I} h_i y_i + \delta \sum_{i \in I} o_i \left(1 - y_i\right) + w_5 / N_5 \sum_{k \in K} e_k \tag{4.16}$$

za podmienok

$$\sum_{i \in I} z_{ij} = 1 \quad \text{pre } j \in J \tag{4.17}$$

$$z_{ij} \le y_i \quad \text{pre } i \in I, j \in J \tag{4.18}$$

$$\sum_{i \in I} a_{ik} y_i - e_k \le p_k \quad \text{pre } k \in K \tag{4.19}$$

$$e_k \ge 0 \quad \text{pre } k \in K \tag{4.20}$$

$$y_i \in \{0, 1\} \quad \text{pre } i \in I \tag{4.21}$$

$$z_{ij} \in \{0, 1\} \quad \text{pre } i \in I, j \in J \tag{4.22}$$

4.4 Minimálna sieť nemocníc z hľadiska dopravnej dostupnosti

V našich výpočtových experimentoch sme najprv stanovili minimálny počet nemocníc potrebný pre zabezpečenie neodkladnej zdravotnej starostlivosti riešením lokačno-pokrývacej úlohy (4.9)-(4.15). Pre vypočítaný minimálny počet nemocníc (46) sme vyriešili lokačnú úlohu s maximálnym pokrytím (*Maximal Covering Location Problem*, MCLP), ktorá maximalizuje počet obyvateľov pokrytých ambulanciami ZZS pri zadanom počte nemocníc. Ďalej sme riešili problém návrhu minimálnej siete z hľadiska dopravnej dostupnosti, t.j. pri uvažovaní len prvých dvoch členov účelovej funkcie (4.1). Menili sme koeficienty α a β tak, aby ich súčet bol 1 a sledovali sme, ako sa zmena váh odrazí na výslednom riešení. Výsledky experimentov sú zhrnuté v tabuľke 1.

V tabuľke 1 porovnávame:

- súčasné umiestnenie nemocníc,
- návrh MZ SR z júla 2007,
- riešenie MCLP,
- riešenia modelu (4.1)-(4.6) s prvými dvoma členmi účelovej funkcie pre rôzne parametre α a β meniace sa v rozsahu od 0 do 1.

Stĺpce tabuľky obsahujú:

- počet umiestnených nemocníc,
- hodnotu kritéria C1, t.j. celkový čas dopravy do nemocnice individuálnou dopravou pre všetkých obyvateľov,
- hodnotu kritéria C2, t.j. celkový čas dopravy do nemocnice ambulanciou ZZS pre nepokrytých obyvateľov (žijúcich v obciach, ktoré sú od nemocnice vzdialené viac ako 30 minút),priemerný čas jazdy jedného obyvateľa do nemocnice (kritérium C1 vydelené počtom obyvateľov SR),
- počet obyvateľov žijúcich za 30-minútovou hranicou.

Tabuľka 1

Porovnanie návrhov

Návrh		Počet nemocníc	C1 [osobominút]	C2 [osobominút]	Priemerný čas na 1 obyvateľa [minút]	Počet nepokrytých obyvateľov
Súčasné nemocnice		72	45 856 194	1 331 050	8.53	39 593
Návrh MZ SR		47	59 960 609	3 438 529	11.15	95 084
MCLP		46	64 052 935	1 335 111	11.91	39 593
Bikriteriálny model						
α	β					
0	1	46	64 283 124	1 335 111	11.95	39 593
0.05	0.95	46	59 693 458	1 386 041	11.10	41 200
0.1	0.9	46	58 239 355	1 507 191	10.83	44 805
0.3	0.7	46	57 936 484	1 547 633	10.77	45 782
0.4	0.6	46	57 607 419	1 741 374	10.71	51 141
0.5	0.5	46	57 607 419	1 741 374	10.71	51 141
1	0	46	57 607 419	1 741 374	10.71	51 141

Aby sme videli, akú kvalitu riešenia z hľadiska dopravnej dostupnosti môže ponúknuť matematické modelovanie, porovnajme prvý riadok tabuľky (súčasný stav) s riešením matematických modelov. Vidíme, že model MCLP a bikriteriálny model s váhami $\alpha = 0$, $\beta = 1$ dokáže umiestniť značne redukovaný počet nemocníc tak, že pokles dopravnej dostupnosti ambulanciami ZZS je zanedbateľný. Pochopiteľne, významne sa zvýši priemerný čas jazdy do nemocnice. Na druhej strane, návrh MZ SR podporuje priemernú dostupnosť na úkor dostupnosti záchrannou službou. V tomto návrhu je počet ľudí žijúcich za hranicou 30 minút najvyšší zo všetkých riešení a to isté platí pre celkovú dobu dopravy nepokrytých obyvateľov (kritérium C2). Zmenou váh v bikriteriálnom modeli môžeme generovať kompromisné riešenia. Každé riešenie pre $\alpha > 0$ a $\beta < 1$ je lepšie než návrh MZ SR, a to v oboch typoch dostupnosti, pričom riešenie matematického modelu má o jednu nemocnicu menej než ministerský návrh. Pre väčšie hodnoty parametra α prevažuje prvé kritérium nad druhým a model prednostne umiestni nemocnice do veľkých miest na úkor záchrannej dostupnosti malých dedín ležiacich na okraji územia vo väčšej vzdialenosti od regionálnych centier.

Matematické modely boli riešené pomocou softvérového nástroja *Xpress-MP*, ktorý slúži na riešenie úloh matematického programovania. Riešenie modelov trvalo približne 30 sekúnd na osobnom počítači s procesorom Intel Core 2 6700 (2.66 GHz) a s 3 GB RAM.

5 Záver

Lokačné úlohy v zdravotníctve hľadajú optimálne umiestnenie zdravotníckych zariadení. Zdravotníctvo poskytuje služby vo verejnom záujme. Pre takéto obslužné systémy je charakteristické, že kvalita návrhu sa posudzuje z hľadiska mnohých kritérií (sociálnych, ekonomických, odborných, politických). Mnohé z týchto kritérií možno kvantifikovať a úlohy modelovať matematicky ako viackriteriálne úlohy.

V článku popisujeme skalarizačnú metódu pre riešenie viackriteriálnych úloh matematického programovania. Ako prípadovú štúdiu riešime problém návrhu minimálnej siete nemocníc na území Slovenskej republiky, pričom vo výpočtových experimentoch sa sústreďujeme len na hľadisko dopravnej dostupnosti. Experimenty ukazujú, že matematický model môže ponúknuť vysoko kvalitné riešenie ako prvý návrh pre experta alebo človeka, ktorý vydáva konečné rozhodnutie a ktorý môže riešenie ďalej upraviť tak, aby rešpektovalo ďalšie kritériá, ktoré nebolo možné v modeli vyjadriť.

Tento príspevok vznikol s podporou výskumných projektov VEGA 1/3775/06 a MVTS6 Metódy návrhu optimálnej štruktúry verejných obslužných systémov.

Literatúra

[1] CHURCH, R.L., CURRENT, J.R., STORBECK, J.E.: A bicriterion maximal covering location problem which considers the satisfaction of uncovered demand. In *Decision Sciences*, Volume 22, January 1991, p. 38-52.

[2] EHRGOTT, M., GANDIBLEUX, X. *An Annotated Bibliography of Multiobjective Combinatorial Optimization* [online]. Technical Report 62/2000, Fachbereich Mathematik, Universitat Kaiserslautern, Kaiserslautern, Germany, 2000. [cit. 2008-04-16]. Dostupné na internete: <lania.mx/~ccoello/EMO...ehrgott00.ps.gz >.

[3] ENGAU, A., WIECEK, M.M. *Generating epsilon-effective solutions in multiobjective programming* [online]. Technical report TR2005_10_EWb. Department of Mathematical Sciences, Clemson University, South Carolina, USA, 2005. [cit. 2008-04-15]. Dostupné na internete: <http://www.math.clemson.edu/reports/TR2005_10_EWb.pdf> .

[4] GASCON, V., VILLENEUVE, S., MICHELON, P., FERLAND, J. Scheduling the flying squad nurses of a hospital using a multi-objective programming model. In *Annals of Operations Research*, Volume 96, November 2000, p. 149-166.

[5] JANÁČEK, J. The medical emergency service system design. In MIKULSKI, J. (editor) *Advances in Transport Systems Telematics*. Katowice : Jacek Skalmierski Computer Studio, 2006. ISBN 83-917156-4-7.

[6] McCARL, B.A., SPREEN, T.H.. *Applied Mathematical Programming Using Algebraic Systems* [online]. Texas A&M University, USA, 2003. [cit. 2008-04-16]. Dostupné na internete: <http://agecon2.tamu.edu/people/faculty/mccarl%2Dbruce/books.htm >.

[7] *Minimálna sieť*: Podklad pre vypracovanie Nariadenia vlády Slovenskej republiky o verejnej minimálnej sieti poskytovateľov zdravotnej starostlivosti [online]. Bratislava : Health Policy Institute, 2006. [cit. 2008-04-25] Dostupné na internete: <http://www.hpi.sk/attachments/minimalna_siet_HPI.pdf >

[8] PEŇÁZ, T., HORÁK, J. Určování dopravní dostupnosti pro dojížďku do zaměstnání při individuální neveřejné dopravě. In *Sborník konference GIS Ostrava 2004*. Ostrava : VŠB-TU Ostrava, 2004. ISSN 1213-239X.

[9] *Predkladacia správa k návrhu nariadenia vlády Slovenskej republiky, ktorým sa mení a dopĺňa nariadenie vlády Slovenskej republiky č. 751/2004 Z. z. o verejnej minimálnej sieti poskytovateľov zdravotnej starostlivosti* [online]. Bratislava : Ministerstvo zdravotníctva Slovenskej republiky, 2007. [cit. 2008-04-21] Dostupné na internete: <http://www.health.gov.sk/redsys/rsi.nsf/0/4E23F5DDCCCE261DC1257323003557C4?OpenDocument >

[10] *Správa o stave optimalizácie siete zdravotníckych zariadení* [online]. Bratislava : Ministerstvo zdravotníctva Slovenskej republiky, 2007. [cit. 2008-04-21] Dostupné na internete: <http://www.health.gov.sk/redsys/rsi.nsf/0/229BFC25E24AC0C1C12572B4002C052E?OpenDocument >

[11] SZALAY, T. Redukcia siete lôžkových zariadení je nevyhnutná, návrh ministerstva je však nepoužiteľný. In *Into Balance* 1/2007 [online]. Bratislava : Health Policy Institute [cit. 2008-04-21]. Dostupné na internete: <http://www.hpi.sk/images/newsletter/intobalance_01-2007.pdf >