

ANALÝZA MODELU ZRIADŔOVACEJ STANICE V PETRIHO SIETI

Michal Źarnay¹

Abstrakt: Článok sa venuje možnostiam analýzy modelu základných technologických procesov zriaďovacej železničnej stanice vo farbenej Petriho sieti. Analyzujú sa vlastnosti a výkon modelu.

Analýza vlastností modelu je hlavným prínosom použitia Petriho siete. Vlastnosti opisujú štruktúru a správanie modelu. Článok najskôr poukazuje na parametre, od ktorých závisí veľkosť stavového priestoru modelu, ako aj premenlivosť veľkosti získaného stavového priestoru pri jeho opakovaných výpočtoch pre identický model. Zo stavového priestoru sa odvádzajú vlastnosti správania modelu. Štruktúrne vlastnosti prináša analýza pomocou invariantov, ktorých tvorba závisí najmä od zručností analytika modelu.

Analýza výkonu modelu sa principiálne nelíši od analýzy pomocou všeobecného diskretného simulačného modelu. Je relevantná iba pre modely v časovaných Petriho sieťach.

Kľúčové slová: modelovanie, analýza, zriaďovacia železničná stanica, farbená Petriho sieť

1 Úvod

V rámci skúmania riadenia technologických procesov v železničnej doprave sme sa vo výskumnom kolektíve rozhodli vyskúšať možnosti Petriho siete na modelovanie a analýzu systému z tejto oblasti. Po skúsenostiach s diskretnými simulačnými modelmi jednoduchých i komplexných uzlov železničnej siete v programe Villon sme si za reálnu predlohu pre model v Petriho sieti zvolili pre začiatok jednoduchú zriaďovaciu železničnú stanicu.

Veľkosť virtuálnej stanice môžu dokumentovať nasledovné parametre:

¹ Ing. Michal Źarnay, Źilinská univerzita v Źiline, Fakulta riadenia a informatiky, Katedra dopravných sietí, Univerzitná 8215/1, 01026 Źilina, Slovenská republika, tel.: +421 41 513 4224, E-mail: michal.zarnay@fri.utc.sk

- vchodová skupina s 8 koľajami pre obsluhu končiacich nákladných vlakov,
- pahorok s jednou koľajou,
- smerová skupina s 24 relačnými koľajami a
- odchodová skupina so 6 koľajami pre obsluhu východiskových nákladných vlakov.

Z technologických postupov boli vybraté dva: obsluha končiaceho vlaku od vstupu do stanice po jeho rozradenie a obsluha východiskového vlaku od jeho vzniku až po opustenie stanice. Počet posunovacích záloh a obslužného personálu sa zvolil primerane k veľkosti koľajiska a pre náhodný vstupný prúd 920 vozňov na spracovanie.

Podrobnosti o zvolenej stanici a vytvorení jej modelu vo farebnej Petriho sieti sa možno dočítať v publikáciách [5], [5] alebo [5]. Tento príspevok nadväzuje na ne a venuje sa analýze vytvoreného modelu, ktorú možno v Petriho sieti vykonať z dvoch hľadísk:

- vlastnosti Petriho siete, ktoré sa ďalej delia na
 - dynamické – popisujú správanie modelu a
 - statické – charakterizujú štruktúru modelu,
- výkon modelovaného systému podľa špecifických kritérií.

Podrobnosti o analýze, ako aj o modelovaní pomocou základných Petriho sietí nájde čitateľ napríklad v [5] a rozšírenie na farebné Petriho siete v [5] alebo [5].

Pôvodný model zahŕňal aj časový aspekt vykonávania činností. Počas analýzy sme ho upravili aj na nečasovanú verziu. Kým výkon systému možno vypočítať iba z časovanej verzie, dynamické i statické vlastnosti Petriho siete možno odvodiť pre obidve verzie.

Podľa vymedzených hľadísk sa člení aj článok na tri časti. Prvá, najobsiahlejšia, sa venuje analýze dynamických vlastností modelu v Petriho sieti. Ostatné dve časti načrtávajú analýzu statických vlastností a výkonu modelu.

2 Analýza správania modelu pomocou stavového priestoru

Vlastnosti správania modelu sa odvádzajú z analýzy stavového priestoru. Na to, aby sa vôbec dali určiť, treba zabezpečiť konečnosť stavového

priestoru. Druhým dôležitým parametrom stavového priestoru je veľkosť, kde sa snažíme nájsť kompromis medzi zachytením všetkých podstatných sledovaných rysov modelu a rozumnou veľkosťou jeho stavového priestoru, t. j. výpočet sa vykoná v primeranom čase (napr. maximálne do 10 dní). Obidve vlastnosti stavového priestoru závisia od charakteru modelu, ktorý treba preskúmať.

V ďalšom texte uvediem porovnanie stavových priestorov pre modely s rôznymi parametrami. Pre porovnanie sa používajú tieto parametre:

- počet vrcholov stavového priestoru, kde jeden vrchol reprezentuje jeden stav modelu,
- počet hrán stavového priestoru, kde hrana symbolizuje jeden prechod medzi stavmi modelu a
- čas na výpočet stavového priestoru, ktorý závisí v podstatnej miere od predchádzajúcich parametrov a v menšej miere aj od použitého počítačového vybavenia.

Absolútne hodnoty parametrov nie sú v tomto prípade dôležité. Ide viac o relatívne porovnanie hodnôt medzi rôznymi prípadmi.

2.1 Veľkosť stavového priestoru

Ak chceme zostrojiť konečný stavový priestor, ktorým je graf dosiahnuteľnosti, treba ohraničiť počet existujúcich značiek v modeli a v prípade časovaného modelu aj čas jeho vykonávania.

Ak má byť veľkosť stavového priestoru rozumná, je vhodné redukovat počet značiek pri súčasnom neporušení podstatných sledovaných rysov modelu. V prípade skúmaného modelu možno zredukovať:

- počet končiacich vlakov,
- počet vozňov v končiacich vlakoch a
- počet rôznych cieľových staníc pre vytvárané vozne.

Spracované končiacie vlaky	1	3
počet vrcholov	156	307025
počet hrán	202	376507
výpočtový čas [s]	0	1286

Tab. 1: Zmena v počte končiacich vlakov – časovaný model, končiacie aj východiskové vlaky majú 10 vozňov a všetky vozne majú rovnakú cieľovú stanicu.

Tab. 1 demonštruje rozdiel medzi stavovým priestorom pri spracovaní jedného končiacieho vlaku (156 rôznych stavov) a pri súbežnom spracovaní troch 10-vozňových vlakov (307025 stavov). Možno si všimnúť, že zavedením rovnej cieľovej stanice pre všetky vozne sa vytráca hlavná úloha zriaďovacej stanice v triedení vozňov. Napriek tomu možno týmto príkladom ilustrovať veľké relatívne rozdiely medzi výsledkami modelov s rôznymi parametrami.

	časovaný model				nečasovaný model		
Spracované vozne	10	15	20	50	10	15	20
počet vrcholov	156	199	490	2072	1057	6278	114255
počet hrán	202	269	625	2718	3062	24411	596520
výpočtový čas [s]	0	1	1	5	1	8	467

Tab. 2: Zmena v počte vozňov v končiacom vlaku – iba 1 končiaci vlak, východiskové vlaky majú 10 vozňov a všetky vozne majú rovnakú cieľovú stanicu.

Tab. 2 zachytáva veľkosť stavového priestoru pri rôznom počte vozňov, ktoré vstupujú do modelu v jednom vlaku. Možno vidieť, že v Petriho sieti bez času sú rozdiely oveľa výraznejšie. Väčší počet stavov v nečasovanom modeli je spôsobený tým, že mnohé vrcholy symbolizujú

stavy so súčasným spracovaním procesov, ktoré sa v skutočnosti dejú v rôznych časoch, a teda sa nemôžu vyskytnúť ako stavy v časovanom modeli.

Modelovanie koľají	3 končiace vlaky		1 končiaci vlak	
	<i>indiv.</i>	<i>skupina</i>	<i>indiv.</i>	<i>skupina</i>
počet vrcholov	95952	4851	372	92
počet hrán	113659	5395	565	117
výpočtový čas [s]	243	9	1	1

Tab. 3: Zmena v počte farieb pre prostriedky – časovaný model, iba spracovanie končiaceho vlaku sa vykonáva, každý vlak má 10 vozňov a všetky vozne majú rovnaké smerovanie.

Modelovanie koľají	1 končiaci vlak	
	<i>individuálne</i>	<i>skupina</i>
počet vrcholov	753	156
počet hrán	1073	202
výpočtový čas [s]	2	0

Tab. 4: Zmena v počte farieb pre prostriedky – časovaný model, obidve technológie sa vykonávajú, každý vlak má 10 vozňov a všetky vozne majú rovnaké smerovanie.

Tabuľky 3 a 4 demonštrujú veľký rozdiel vo veľkosti stavového priestoru medzi dvomi prístupmi v definovaní farieb pre prostriedky. Pôvodný prístup bol v pridelení individuálnej hodnoty každému prostriedku ako napríklad 8 hodnôt IT_1, IT_2, \dots, IT_8 pre 8 koľají vo vchodovej skupine pre končiace vlaky. Neskôr bolo 8 značiek individuálnych hodnôt

nahradených 8 značkami rovnakej hodnoty IT . To znamená, že všetky koľaje rovnakého určenia majú identické označenie a stráca sa šanca na ich individuálne rozlíšenie, t.j. vystupujú ako skupina prostriedkov s rovnakými vlastnosťami. Ak táto vlastnosť prvkov nemusí zostať v modeli zachovaná, tento redukčný krok je vítaný, lebo významne zjednoduší stavový priestor. V tabuľkách je prvý prístup označený pomenovaním *individuálne*, druhý pomenovaním *skupina*.

Rozdiel medzi modelmi v oboch tabuľkách je v parametri minimálnej dĺžky východiskového vlaku. Kým v modeli tabuľky 3 je stanovený na 50 vozňov, v druhom modeli tabuľky 4 na 10 vozňov. Vďaka tomu neposkytne v prvom modeli dostatočný počet vozňov pre východiskový vlak ani jeden, ba ani tri končiacie vlaky dĺžky 10 vozňov, a teda technológia spracovania východiskového vlaku sa nevykoná a stavový priestor modelu je tým menší. Rozdiel vo veľkosti možno vidieť, keď porovnáme údaje pre 1 končiaci vlak v oboch tabuľkách (predposledné a posledné stĺpce).

Ďalej si možno všimnúť rozdiel v hodnotách tabuľky 3. V prvej verzii modelu (2. a 3. stĺpec) sa 3 končiacie vlaky spracúvajú takmer súbežne – prichádzajú za sebou v časových intervaloch, ktoré sú v porovnaní s dĺžkou vykonania celej technológie spracovania krátke. V druhej verzii (4. a 5. stĺpec) je iba jeden končiaci vlak so súbežnými procesmi iba v rámci jedného technologického postupu. Je vidieť, že súbežné procesy 3 končiacich vlakov zväčšia veľkosť stavového priestoru viac ako 200-krát pri individuálnom prístupe k hodnotám prostriedkov (2. a 4. stĺpec) v porovnaní s približne 50-násobným zväčšením pri použití skupinového prístupu (3. a 5. stĺpec).

Možno zhrnúť, že menší počet značiek pre vlaky a ich vozne značne zmenší stavový priestor. Podobne posun od individualizovania značiek k ich označeniu rovnakou hodnotou tam, kde to nenaruší sledované rysy modelu, môže výrazne prispieť k zmenšeniu stavového priestoru. A napokon časovaný model má vďaka odlíšaniu času vykonania činností, ktoré sa môžu vykonať súbežne a nezávisle od seba, oveľa menší stavový priestor.

2.2 Premenná veľkosť stavového priestoru časovaných modelov

Graf dosiahnuteľnosti (stavový priestor) časovanej verzie modelu má premenný počet vrcholov a hrán. To znamená, že po každom výpočte môže vzniknúť graf inej veľkosti ako bolo pri predchádzajúcom výpočte. Dôvody spočívajú v použití

- náhodného výberu v modeli a

- času pri výbere prostriedkov.

Prvý dôvod je zrejмый. V preberanom modeli, v jeho úplne prvotnej forme (bez úprav parametrov ako pri analýze v predchádzajúcej kapitole) sa náhodný výber týka:

- počtu vozňov v jednom vlaku,
- cieľových staníc pre vozne a
- časových intervalov medzi príchodmi 2 po sebe idúcich vlakov.

Vozne v jednom končiacom vlaku	10	11	12	13	14	15
počet vrcholov	3633	7302	11021	14608	18215	21899
počet hrán	9301	22995	36807	50266	63780	77501
výpočtový čas [s]	3	8	13	19	24	31

Tab. 5: Veľkosť stavového priestoru pre premenný počet vozňov medzi 10 a 15 pre končiaci vlak – nečasovaný model, 1 končiaci vlak; všetky vozne majú rovnaké smerovanie a limit pre východiskový vlak je 10 vozňov.

Tabuľka 5 ilustruje vplyv náhodného počtu vozňov vo vlaku (v nečasovanom modeli, aby sme odstránili vplyv časovania na veľkosť stavového priestoru). Je v nej zachytená veľkosť stavového priestoru pre rôznych počet generovaných vozňov pre jeden vlak – v rozsahu 10 až 15 vozňov. Ako vidno, rozdiel jedného vagónu môže spôsobiť zmenu v počte stavov modelu až o tisícky. V tomto prípade sa rozdiely pohybujú v rozmedzí 3600 – 3700 vrcholov (5-7 sekúnd) medzi dvoma grafmi pre rozdiel jedného vozňa. Súčasne si však treba uvedomiť, že ide o model bez času (a s obidvoma technológiami spracovania) – ako som už uviedol, pri časovanom modeli by boli rozdiely menšie.

Druhý dôvod premenného počtu vrcholov a hrán – použitie času pri výbere prostriedkov si ozrejmieme na príklade.

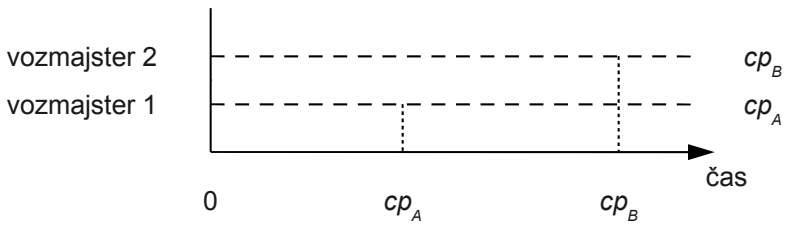
Dve značky sa považujú za rovnaké v grafe dosiahnuteľnosti, ak majú rovnakú hodnotu a rovnakú časovú pečiatku. Ak si simulátor Petriho siete

môže pri vykonaní prechodu vybrať značku z viacerých kandidátov, vyberie si náhodne. Týmto môže pri rôznych výpočtoch dostať v rovnakom stave modelu značenie rovnakej hodnoty, ale s rozličnými časovými pečiatkami.

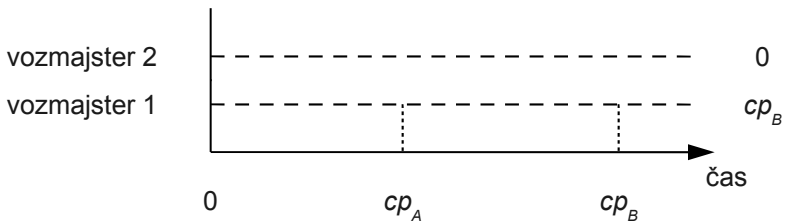
Napríklad, majme dva vlaky A a B , kde každý z nich vyžaduje jedného vozmajstra na vykonanie technickej prehliadky, a čatu dvoch vozmajstrov. Vykonanie operácií na vlakoch, ktoré sa udejú v oddelených časových obdobiach, môže zamestnať:

- a) 2 rôznych vozmajstrov alebo
- b) 1 vozmajstra dvakrát.

Skupina dvoch vozmajstrov reprezentovaná 2 značkami rovnakej farby má na začiatku neusporiadanú dvojicu časových pečiatok $(0, 0)$. Po skončení práce vozmajstra pri vlaku A v čase cp_A sa táto môže zmeniť na $(cp_A, 0)$. Ak je potom vlak B skontrolovaný druhým vozmajstrom, dvojica časových pečiatok sa v čase cp_B zmení na hodnoty (cp_A, cp_B) (obr. 1a). Ak je druhý vlak skontrolovaný tým istým zamestnancom (obr. 1b), dvojica časových pečiatok sa zmení na hodnoty $(cp_B, 0)$.



a)



b)

obr. 1: Dve možnosti poradia obsluhy vlakov dvoma vozmajstrami vytvoria dve rôzne neusporiadané dvojice časových pečiatok: a) (cp_A, cp_B), b) ($cp_B, 0$).

majs
ter 2
voz
majs
ter 1
vlak
1
vlak
2
vlak
2
vlak
1
 cp_B
 cp_A
 cp_B
0
0
 cp_A
 cp_B
čas

Tento jav sa môže objaviť v ľubovoľnej časti modelu, kde sa vyskytujú opakované výbery zo skupiny rovnakých prvkov. V prípade rozoberaného modelu ide o výber personálu a rušňov, nie výber koľají, ktoré nemajú definované časové pečiatky.

2.3 Dynamické vlastnosti modelu

Posudzované dynamické vlastnosti správania modelu zahŕňajú ohraničenosť, živosť, návratnosť a prijateľnosť. Niektoré treba posúdiť zvlášť pre časovaný a pre nečasovaný model.

Vlastnosti ohraničenosti pri obidvoch modeloch pomáhajú tvorcovi pri overení, či je model zostavený správne a pracuje podľa predpokladov. Overí sa to kontrolou obsahu miest modelu – dolnej a hornej hranice pre všetky vypočítané stavy v stavovom priestore.

Kľúčovou v analýze vlastností je živosť. Nájdenie mŕtveho stavu (uviaznutia) znamená, že model ukončil svoju činnosť. Ak je taký stav iba jeden a je to očakávaný stav, tak je to ďalší príspevok k potvrdeniu, že správanie modelu zodpovedá požiadavkám na model. Očakávaný koncový stav v prípade konečného vstupného toku končiacich vlakov má nasledujúce atribúty:

- všetky vlaky, ktoré sa mali spracovať, boli spracované,
- každá koľaj v smerovej skupine obsahuje menej vozňov, než stačí na vyhlásenie nového vlaku,
- koľaje vo vchodovej i odchodovej skupine sú prázdne a
- všetky mobilné prostriedky sú uvoľnené.

Ak analýza nečasovaného modelu oznámi viac ako jeden stav uviaznutia, každý nadbytočný stav nezodpovedá želanému stavu a ide o signál, že sa model nespráva podľa želania a vyžaduje si korekciu. Tú možno odhadnúť na základe pochopenia príčiny vzniku problematického stavu z grafu dosiahnuteľnosti.

V prípade časovanej verzie modelu môže byť počet uviaznutí väčší vzhľadom na vyššie rozoberaný vplyv časových pečiatok na odlišnosť stavov.

Okrem mŕtvych značení (uviaznutí) sa vyšetrujú aj mŕtve prechody – to sú také, ktoré sa v simulácii z daného počiatočného značenia nikdy

nevyskytnú. Signalizujú, že sa niektorá časť modelu nepoužíva. Slúžia na overenie správnosti fungovania modelu – podobne, ako ohraničenosť miest. V správne fungujúcom simulačnom modeli zriaďovacej stanice sa nevyskytujú nijaké mŕtve prechody. V prípade, že vstupný tok neprinesol dostatok záťaže pre východiskové vlaky a nijaký z nich nebol inicializovaný, potom všetky prechody nachádzajúce sa za prechodom Complete (dokončí vlak) a včítane neho sa dostanú do kategórie mŕtvych.

Rozbor návratnosti súvisí s vlastnosťami živosti a najmä s faktom, že v modeli neexistuje nekonečná postupnosť prechodov a každá simulácia skončí po konečnom počte krokov. Za týchto podmienok sa obmedzuje iba na hľadanie domovského stavu, ktorý súvisí s uviaznutím v modeli. Ak je v stavovom priestore modelu jeden stav uviaznutia, je zároveň aj domovským stavom, keďže sa dá dosiahnuť zo všetkých stavov v stavovom priestore a model v ňom určite skončí. Ak je stavov uviaznutia viac, tak takýto model domovský stav nemá.

Výšetrenie vlastností prijateľnosti prechodov závisí od nekonečnej postupnosti vykonávania prechodov, ktorá sa v stavovom priestore tohto modelu nenachádza. Z toho vyplýva, že pre prechody tohto modelu tieto vlastnosti určiť nemožno.

Záverom možno zhrnúť, že v prípade skúmaného modelu slúžia dynamické vlastnosti správania na overenie správnej funkčnosti modelu, pričom pre model takéhoto charakteru nemožno využiť vlastnosti prijateľnosti.

3 Analýza štruktúry modelu pomocou invariantov

Zostavenie algebraických rovníc, ktoré opisujú invarianty miest v modeli, je ďalším nástrojom na verifikáciu správnosti zostavenia modelu. Tentoraz sa model vyšetruje bez ohľadu na počiatkové značenie, teda výsledky závisia iba od jeho štruktúry. Na rozdiel od výpočtu stavového priestoru, ktorý by bez použitia výpočtovej techniky bol prakticky nepoužiteľný, invarianty sa zostavujú manuálne, vyžadujúc intuíciu a čas analytika modelu.

V prípade posudzovaného modelu možno invariantmi preveriť korektné modelovanie pridelenia a uvoľnenia prostriedkov. Do vzťahu možno zapísať značenia takých miest, kde sa prostriedok vyskytuje v stave *Voľný* a v stave *Obsadený*. Napríklad keď je koľaj vo vchodovej skupine voľná, značka, ktorá ju modeluje sa nachádza v mieste *In Free Tracks*. Keď je koľaj obsadená, zodpovedajúca značka kombinujúca označenie koľaje a číslo a dĺžku vlaku, ktorý na nej stojí, sa nachádza v mieste *Present Trains on*

Tracks. Výraz zahŕňajúci obidve spomenuté miesta a relevantné údaje o koľajách v nich sa rovná množine všetkých koľají vo vchodovej skupine:

$M(\text{In Free Tracks}) + \text{Koľaj}(M(\text{Present Trains on Tracks})) = \text{koľaje vchodovej skupiny}$

kde $M(X)$ vráti značenie miesta X a $\text{Koľaj}(M(X))$ vracia časť *Koľaj* zo značenia v mieste X .

Podobne možno preveriť korektné použitie obslužného personálu alebo rušňov. Zakaždým ide o prvky, ktoré v modeli nemenia svoj počet, čo už neplatí pre počet vlakov a vozňov v nich. Štrukturálna analýza taktiež abstrahuje od použitia času v modeli – sústreď sa iba na základné štrukturálne prvky Petriho siete: miesta, prechody, hrany a značky s atribútmi.

4 Výkonová analýza

Výkonová analýza zahŕňa indikátory výkonu modelu odvodené od pôvodného systému, v tomto prípade zriaďovacej stanice. Má význam iba v časovanom modeli, keďže výkon systému sa posudzuje vzhľadom na čas. V tomto prípade je postup zhodný s postupom v iných simulačných modeloch: potrebné údaje o vývoji simulácie sa zbierajú do simulačného protokolu, z ktorého sú po skončení spracované do štatistických ukazovateľov.

Niektoré nástroje na simuláciu farebnej Petriho siete majú zabudovanú podporu pre takúto analýzu, a to najmä pre zber definovaných druhov údajov a ich post-simulačné štatistické spracovanie. V prípade, že to tak nie je, no nástroj ešte ponúka podporu pre prácu so súborom (resp. komunikáciu s externým okolím), zostáva implementácia mechanizmu na dizajnára modelu.

V tejto oblasti použitie Petriho siete neprináša nijakú výraznú pridanú hodnotu oproti všeobecnému diskretnému simulačnému modelu.

5 Záver

V príspevku som sa pokúsil načrtnúť možnosti farebnej Petriho siete pre analýzu modelu technologických procesov jednoduchej zriaďovacej stanice.

Keďže analýza výkonových parametrov modelovaného systému je v časovanej Petriho sieti principiálne rovnaká ako v ľubovoľnom diskretnom

simulačnom modeli, hlavný prínos použitia tohto prístupu má analýza vlastností správania a štruktúry modelu.

Vlastnosti správania modelu sa odvídzajú z jeho stavového priestoru, ktorého veľkosť je prvým problémom, ktorý treba vyriešiť. V záujme získania menšieho stavového priestoru sa odporúča používať radšej nejednoznačné značky pre prvky, ktorých rozlišovanie nie je nutné a v záujme nemennej veľkosti stavového priestoru treba odstrániť z modelu náhodné vplyvy. Obidva z týchto predpokladov nemajú vplyv na skúmané dynamické vlastnosti.

Zo štruktúry modelu možno pomocou invariantov určiť niektoré vlastnosti užitočné na spoznanie systému. Táto analýza závisí od zručností analytika modelu zostavovať invarianty.

Vytvorený model spolu s analýzou prispeli k vývoju ďalšieho modelu so štruktúrou systému pridelovania prostriedkov na skúmanie stavov uviaznutia, ktoré sa rozoberajú v publikácii [5].

Literatúra

1. Češka, M. Petriho sítě. Úvod do teorie a nástrojů pro aplikaci Petriho sítí. Brno: CERM, október 1994. ISBN 80-85867-35-4.
2. Jensen, Kurt. An Introduction to the Theoretical Aspects of Coloured Petri Nets [Úvod do teoretických aspektov farbených Petriho sietí]. In: J.W. de Bakker, W.-P. de Roever, G. Rozenberg (eds.): *A Decade of Concurrency*, Lecture Notes in Computer Science vol. 803. Springer-Verlag 1994, 230-272. Dostupné na:
< http://www.daimi.au.dk/~kjensen/papers_books/rex.pdf >
3. Jensen, Kurt. Coloured Petri Nets. *Basic Concepts, Analysis Methods and Practical Use. Volume 1, Basic Concepts*. [Farbené Petriho siete. Základné pojmy, analytické metódy a praktické použitie. Prvý zväzok, Základné pojmy.] Monographs in Theoretical Computer Science, Springer-Verlag, 2nd corrected printing 1997. ISBN: 3-540-60943-1.
4. Sládeček, K. Model železničnej stanice v Petriho sieti. Diplomová práca. Žilina: Žilinská univerzita, 2004.
5. Žarnay, M. Coloured Petri net model of train handling in marshalling yard [Model spracovania vlaku v zriaďovacej stanici pomocou farbenej Petriho siete]. In: *14. Medzinárodné sympóziu EURNEX - Žel 2006, "Ku konkurencieschopným železničným systémom v Európe"* – Zborník

- prednášok, 2. diel. Žilina: EDIS Žilina, 2006, str. 168-173. ISBN 80-8070-550-X.
6. Žarnay, M. *Systém na podporu rozhodovania pre riadenie dopravných procesov*. Dizertačná práca. Žilina: Žilinská univerzita, pred dokončením.
 7. Žarnay, M. Use of Petri Net for Modelling of Traffic in Railway Stations [Použitie Petriho siete na modelovanie premávky v železničnej stanici]. In: Zborník prednášok medzinárodnej konferencie *Infotrans 2004*. Pardubice: Univerzita Pardubice, 2004.
 8. Žarnay, M., Sadloň, Ľ. Prevod sieťového grafu technologického postupu spracovania vlaku na Petriho sieť. *Horizonty dopravy*, časopis pre vedu a výskum v doprave. Žilina: Výskumný ústav dopravný, a. s., 1/2006, str. 19-25. ISSN 1210-0978.
 9. Žarnay, M., Sládeček, K., Cenek, P. Modelling of Marshalling Yard Technology with Help of Petri Net [Modelovanie technológie zriaďovacej stanice pomocou Petriho siete]. In *Journal of Information, Control and Management Systems*. Žilina: University of Žilina, Faculty of Management Science and Informatics, Vol. 4, No. 1, 2006, str. 49-62. ISSN 1336-1716.

Analysis of Petri Net Model of Railway Marshalling Yard

Summary: Paper discusses analysis of coloured Petri net model of basic technological processes in railway marshalling yard. There are two kinds of analysis: model properties and performance.

Analysis of model properties is the main benefit of using Petri net. Properties describe model's structure and behaviour. First, paper points out parameters that influence size of model's state space as well as variability of the size, while repeating state space calculations for an identical model. State space is used to drive properties of model's behaviour. Model's structural properties are brought by invariant analysis. This depends mainly on skills of model's analyst.

Performance analysis is principally the same as analysis from general discrete simulation model. It is relevant only for timed Petri net models.

Príspevok bol spracovaný s podporou grantu Vedeckej grantovej agentúry VEGA 1/4057/07 a výskumného projektu MŠM 0021627505 – Teorie dopravních systémů.